Cofinanziato dall'Unione europea

Vettori

Argomento	Vettori
Obiettivi di apprendimento	Conoscere le caratteristiche di un vettore e come funziona. Saper usare i vettori e fare calcoli.
Fascia d'età	12-16 anni (da adattare in ogni paese)
Durata stimata	45 min
Attività	Uso concreto dei vettori
Visite correlate	Tolosa

Conoscenze pregresse richieste

Definizione di vettore

Operazioni vettoriali

Coordinate cartesiane

Passo dopo passo: la sequenza in aula

Passaggio 1: presentazione dell'argomento

Breve presentazione degli elementi del patrimonio in questa sequenza

In matematica un vettore è un oggetto matematico utilizzato per rappresentare una quantità che ha un modulo (o dimensione), una direzione e un verso. I vettori sono comunemente usati per descrivere quantità fisiche come velocità, forza, spostamento, campo elettrico e così via. Sono essenziali in molte branche della matematica e della fisica.

L'origine dei vettori:

Il concetto di vettore è frutto di una lunga storia iniziata oltre duemila anni fa. Due famiglie di idee, inizialmente distinte, sono all'origine della sua formalizzazione. Uno era la geometria, che si occupava di lunghezze, angoli e misurazione di superfici e volumi. L'altra è l'algebra, che si occupa di numeri, addizioni o moltiplicazioni, e, più in generale, di insiemi con operazioni.

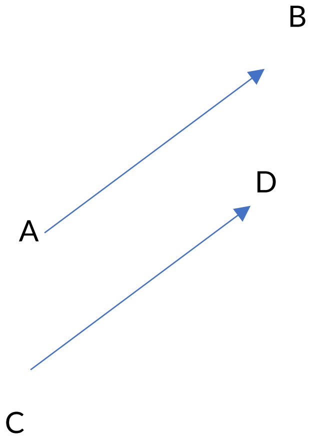
Fase 2: Attività in classe

In classe, gli alunni possono affrontare una vasta gamma di attività relative ai vettori matematici. Queste attività mirano a sviluppare la loro comprensione dei concetti di base, la loro capacità di risolvere i problemi e di applicare i vettori alle situazioni del mondo reale. Ecco alcuni esempi di attività adatte a questa fascia di età:

Introduzione ai vettori:

- Comprendere il concetto di vettore come una quantità con una lunghezza e una direzione.
- Rappresentare vettori in un piano usando frecce o coordinate cartesiane.

<u>Concetto vettoriale:</u>



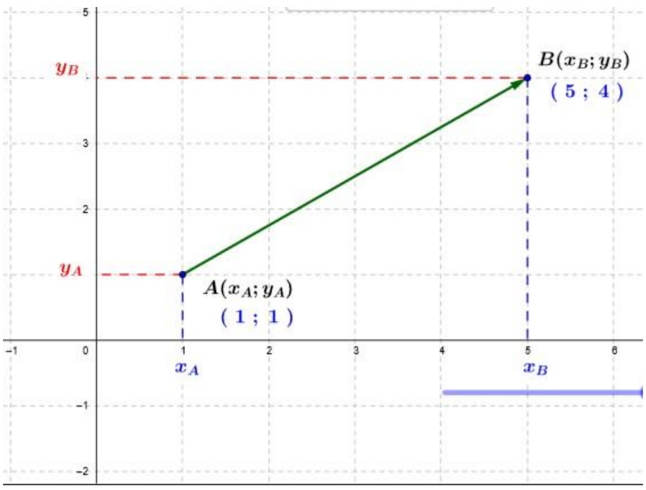
Qui, $\overrightarrow{AB}$and e $\overrightarrow{CD}$ hanno lo stesso modulo (o dimensione) e la stessa direzione e verso.

Un vettore può essere nominato con una singola lettera.

Prendiamo nota di $\vec{u}$ e scriviamo: $\vec{u}$= $\overrightarrow{AB}$ = $\overrightarrow{CD}$

Nota: il vettore nullo è piuttosto insolito. A differenza di altri vettori, non ha né direzione né verso! Ma è spesso usato nei calcoli.

Coordinate cartesiane:



Per calcolare le coordinate del vettore AB utilizziamo la seguente formula:

$\overrightarrow{AB}$= $(x = x_B - x_A; y = y_B - y_A)$

In questo esempio:

$\overrightarrow{AB}$ = (5 – 1 ; 4 – 1)

$\overrightarrow{AB}$= (4 ; 3)

Queste coordinate sono chiamate le componenti del vettore, con **x** come ascissa e **y** come ordinata. Scriviamo: $\overrightarrow{AB}$ = (x, y)

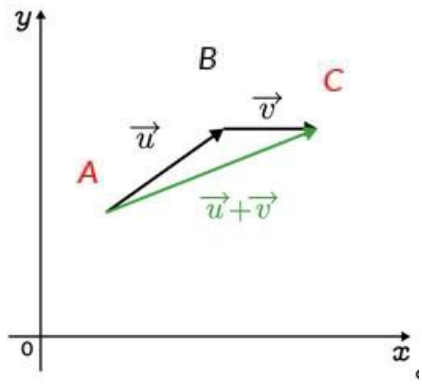
Operazioni:
Gli alunni possono imparare ad aggiungere vettori graficamente e analiticamente. Possono essere utilizzati esempi visivi e problemi pratici. Gli alunni possono disegnare vettori su carta e utilizzare il righello a triangolo o parallelogramma per aggiungere i vettori.

- ***Aggiunta di vettori***

Metodo grafico:

La somma dei vettori $\vec{u}$ e $\vec{v}$ è definita dal seguente vettore risultante $\vec{u}$ +$\vec{v}$.
Il metodo del triangolo in un piano cartesiano produce un vettore risultante formando un triangolo, che è la somma di 2 vettori.

Per esempio:



Generalmente, l'addizione di due vettori è definita utilizzando la relazione di Chasles:

Per tutti i punti A, B e C del piano: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Per applicare la relazione di Chasles, la fine del primo vettore deve coincidere con l'origine del secondo. Per aggiungere due vettori che non sono in questa configurazione, "portiamo uno dei vettori dopo l'altro".

Metodo algebrico:

I vettori possono essere aggiunti utilizzando il metodo algebrico, sommando le componenti dei due vettori.

Se si hanno due vettori $\vec{A}$ = (A1, A2) e $\vec{B}$ = (B1, B2), aggiungendo $\vec{A}+\vec{B}$ si ottiene un nuovo vettore C = (C1, C2) in cui ciascun componente è ottenuto aggiungendo il componente corrispondente di A e il componente corrispondente di B. $\vec{C}$ $\vec{B}$ $\vec{A}$

Matematicamente, questo può essere espresso come segue:

$\vec{C} = \vec{A}+\vec{B}$ = (A1 + B1, A2 + B2) = (C1, C2)

Ecco un esempio concreto:

Se $\vec{A}$ = (3 ; 2) e $\vec{B}$ = (4 ; 1) allora $\vec{A} + \vec{B}$ = (3 + 4 ; 2 + 1)

$\vec{C}$ = (7 ; 3)

Inoltre se, $\vec{B} + \vec{B}$ = (4+4 ; 1+1) = (8 ; 2) quindi 2$\vec{B}$ = (2 B1 ; 2 B2)

- ***Sottrazione di vettori***

Metodo algebrico:

I vettori possono anche essere sottratti componente per componente.

Se si hanno due vettori $\vec{A}$ = (A1, A2) e $\vec{B}$ = (B1, B2), sottraendo $\vec{A}-\vec{B}$si ottiene un nuovo vettore = (D1, D2) in cui ciascun componente è ottenuto sottraendo il componente corrispondente di B dal componente corrispondente di A. $\vec{D}$ = $\vec{B}$ - $\vec{A}$

Matematicamente, questo può essere espresso come segue:

$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$= (A1−B1, A2−B2) = (D1, D2)

Ecco un esempio concreto:

Supponiamo che $\vec{A}$ = (3,1) e $\vec{B}$ = (1,2)

La sottrazione $\vec{A}-\vec{B}$ sarebbe quindi:

$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$= (3−1, 1−2) = (2, −1)

Quindi $\vec{D}$ =(2, -1)

Prodotto di un vettore e di un numero reale:

Il prodotto di un vettore e di un numero reale è un'operazione fondamentale in algebra lineare e consente di modificare l'intensità o la direzione di un vettore. Questa operazione è spesso chiamata "moltiplicazione scalare" perché comporta la moltiplicazione di un vettore per uno scalare (un numero reale).

Consideriamo un vettore$\vec{V}$e sia c un numero reale. Il prodotto del vettore $\vec{V}$ per il numero reale c dà un nuovo vettore indicato con $c \cdot \vec{V}$ o $c\vec{V}$.

Ogni componente del vettore risultante si ottiene moltiplicando la componente corrispondente del vettore originale per lo scalare c.

Matematicamente, se $\vec{V} = (v_1, v_2, \dots, V_n)$ è un vettore, allora il prodotto $c \cdot \vec{V}$ è dato da:

$c \cdot \vec{V} = (c \cdot v_1, c \cdot v_2, \dots, c \cdot V_n)$

NB: un vettore può esistere in 3 dimensioni così come in n dimensioni!

Ciò significa che ogni componente del vettore V viene moltiplicato per lo scalare c, producendo un nuovo vettore le cui componenti sono c volte più grandi di quelle del vettore originale.

Ecco un esempio concreto:

Sia $\vec{A}$ = (2, -1) e c = 3. Il prodotto $c \cdot \vec{A}$ sarebbe quindi:

$3 \cdot \vec{A}$ = (3x2, 3x (-1)) = (6, -3)

Il vettore risultante dal prodotto ha lo stesso modulo e la stessa direzione e verso, ma è 3 volte più forte.

Ma: $-3 \cdot \vec{A}$ = ((-3) x2,(-3) x (-1)) = (-6, +3)

Qui, la moltiplicazione per un numero reale negativo ha cambiato il verso del vettore.

Problemi e progetti:

Offrire esercizi e progetti che consentano agli alunni di applicare i concetti di vettori a situazioni di vita reale, come il lancio di proiettili, la simulazione di traiettorie, ecc. Queste attività aiutano gli studenti a sviluppare capacità di problem solving, a rafforzare la loro comprensione della matematica e a vedere l'applicazione pratica dei vettori in varie aree della scienza e dell'ingegneria.

Combinando la teoria con attività pratiche ed esempi di vita reale che mostrano come i vettori vengono utilizzati nella vita quotidiana e in vari settori della matematica e delle scienze, il concetto può essere reso più accessibile e interessante per gli studenti.

Fase 3: compiti a casa e idee di sviluppo

Ecco alcuni esempi di compiti a casa e attività creative per conoscere i vettori che possono aiutare a rafforzare la comprensione dei vettori in matematica:

Compiti:

Problemi di spostamento:

Dare agli studenti una serie di problemi di spostamento che comportano l'uso di vettori per calcolare distanze, velocità e direzioni. Ad esempio, chiedi loro di calcolare quanto tempo ci vorrebbe per volare da una città all'altra, data la velocità e la direzione del vento.

- Eventuali indicazioni generali:
- **Posizione iniziale:** indicare la posizione iniziale del punto o dell'oggetto, spesso rappresentata da un vettore iniziale $\vec{A}$ o dalle coordinate del punto A.
- **Spostamento:** Esprimere lo spostamento come vettore. Questo può essere dato esplicitamente (ad esempio, D = (3, -2) per uno spostamento di 3 unità a destra e 2 unità verso il basso) o implicitamente (ad esempio, "spostare 4 unità a nord").
- **Operazioni vettoriali:** utilizzare le operazioni vettoriali per calcolare la posizione finale. La nuova posizione $\vec{B}$ può essere trovata aggiungendo il vettore $\vec{D}$ di spostamento alla posizione iniziale $\vec{A}$.

- **Coordinate finali:** Fornire le coordinate finali del punto o dell'oggetto dopo lo spostamento.
- **Altre domande:** fai altre domande a seconda del contesto del problema. Ciò potrebbe includere domande sulla distanza totale percorsa, sulla direzione finale o su altri concetti relativi al viaggio.

Forze di bilanciamento:

Dare agli alunni situazioni che coinvolgono forze applicate a un oggetto e chiedere loro di trovare la risultante. Possono anche spiegare se l'oggetto è in equilibrio.

Coordinate e traduzioni:

Chiedere agli alunni di risolvere i problemi di traduzione utilizzando le coordinate cartesiane. Ad esempio, chiedi loro di descrivere come si muove una figura geometrica quando è sottoposta a vettori di traslazione.

Progetti di modellazione:

Chiedi agli alunni di modellare una situazione di vita reale utilizzando i vettori. Ad esempio, potrebbero modellare il movimento di un oggetto lanciato, un'altalena o persino la traiettoria di una pallina da golf.

Esempio:

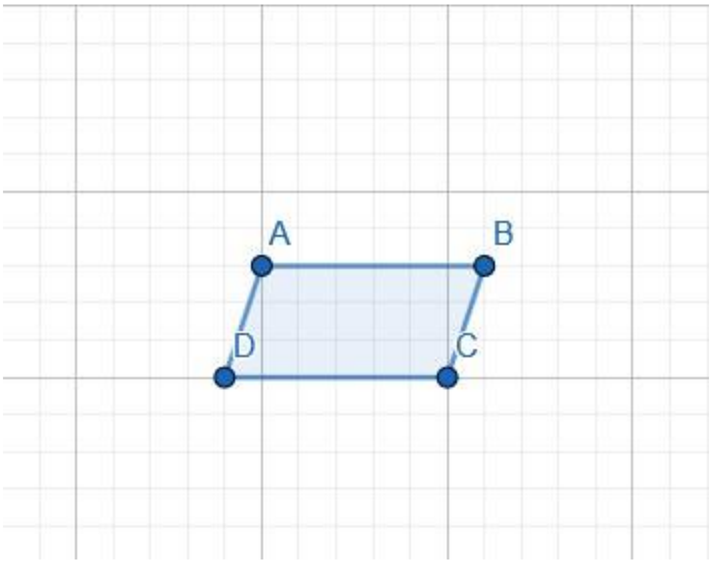
Dato un parallelogramma ABCD, costruire i punti E, F, G e H in modo tale che:

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC}$

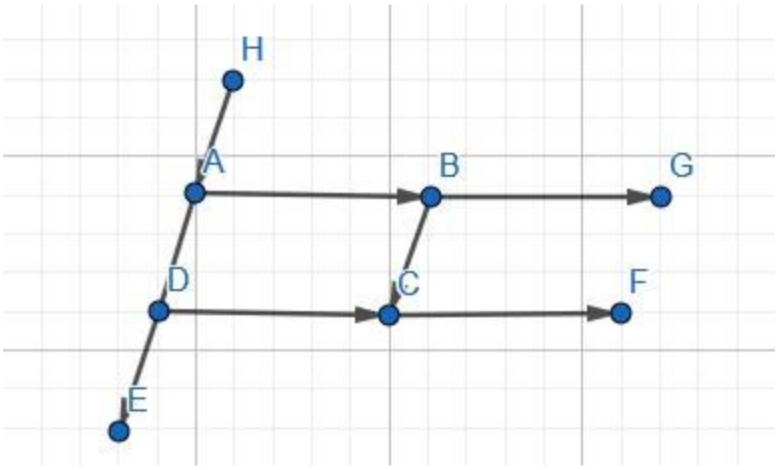
$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BC}$



Soluzione:



Cofinanziato dall'Unione europea

Il progetto è finanziato con il sostegno della Commissione europea. Questo progetto è stato finanziato con il sostegno della Commissione Europea. Questa pubblicazione riflette solo le opinioni dell'autore e la Commissione non può essere ritenuta responsabile per qualsiasi uso che possa essere fatto delle informazioni in essa contenute.

Codice progetto: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Scopri di più su Visit Math su: https://visitmath.eu