

Το θεωρήμα του Θαλή

Θέμα	Γεωμετρία
Μαθησιακοί στόχοι	Χρήση του θεωρήματος του Θαλή με διαφορετικούς τρόπους
Ηλικιακή ομάδα	12-16 ετών (προσαρμόσιμο για κάθε χώρα)
Εκτιμώμενη διάρκεια	45 λεπτά
Εργασίες	Ανακάλυψη του Θαλή και των εφαρμογών του θεωρήματός του.
Σχετικές επισκέψεις	Αζάν, Μοντωμπάν

Προηγούμενες απαιτούμενες γνώσεις

- Γνώση των βασικών εννοιών της γεωμετρίας, όπως τα σημεία, οι ευθείες, τα τμήματα, οι ακτίνες, οι γωνίες κ.λπ.
- Γνώση των ιδιοτήτων των τριγώνων.
- Κατανόηση των εννοιών των αναλογιών και των λόγων, καθώς και ικανότητα επίλυσης απλών αναλογικών εξισώσεων.

Βήμα -βήμα: η ακολουθία στην πράξη

Βήμα 1: Εισαγωγή στο θέμα

Μια μικρή ιστορία

Ο Θαλής ο Μιλήσιος γεννήθηκε γύρω στο 620 π.Χ. στη Μίλητο της Ελλάδας.

Θεωρείται ο πρώτος προσωκρατικός φιλόσοφος, ο πρώτος από τους επτά σοφούς της αρχαιότητας. Ήταν μαθηματικός, φυσικός, αστρονόμος, μηχανικός και μετεωρολόγος. Υπήρξε ο ιδρυτής της Ιωνικής Σχολής Φυσικής Φιλοσοφίας στη Μίλητο.

Ο Αριστοτέλης και άλλοι αρχαίοι φιλόσοφοι θεωρούσαν τον Θαλή ως τον πρώτο Έλληνα φιλόσοφο. Ο Θαλής αρνήθηκε να ακολουθήσει προηγούμενες ερμηνείες των

φυσικών φαινομένων, οι οποίες μέχρι τότε βασίζονταν μόνο σε μύθους, θρύλους και θρησκευτικές πεποιθήσεις. Επομένως, κατάφερε να προσεγγίσει και να εξηγήσει τα φυσικά φαινόμενα μέσα από την επιστημονική λογική. Συνεπώς, ο Θαλής ο Μιλήσιος θεωρείται ο πρώτος που άνοιξε το δρόμο στην επιστημονική έρευνα.

Υπενθυμίσεις

Θα χρησιμοποιήσουμε τους ακόλουθους κανόνες:

- το AB ορίζει ένα μήκος μεταξύ ενός σημείου A και ενός σημείου B
- το (AB) που ορίζει την ευθεία που διέρχεται από το σημείο A και το σημείο B
- το $[AB]$ που ορίζει το τμήμα της ευθείας (AB) , του οποίου τα άκρα είναι το σημείο A από τη μια και το σημείο B από την άλλη.

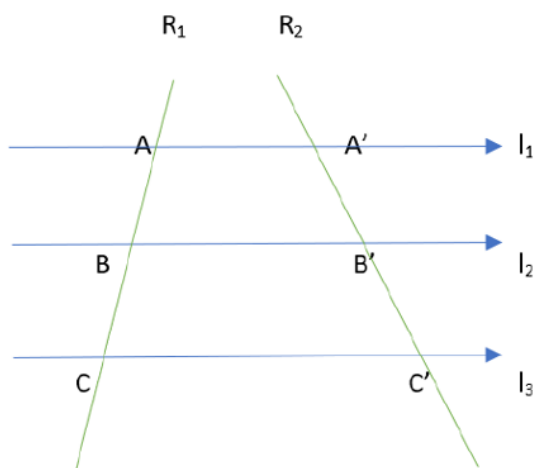
Το θεώρημα του Θαλή: ένας ορισμός

Ο Θαλής ο Μιλήσιος ήταν ευρέως γνωστός για τα θεωρήματα και τους κανόνες του στο πεδίο της γεωμετρίας. Ένα από αυτά παρουσιάζεται παρακάτω.

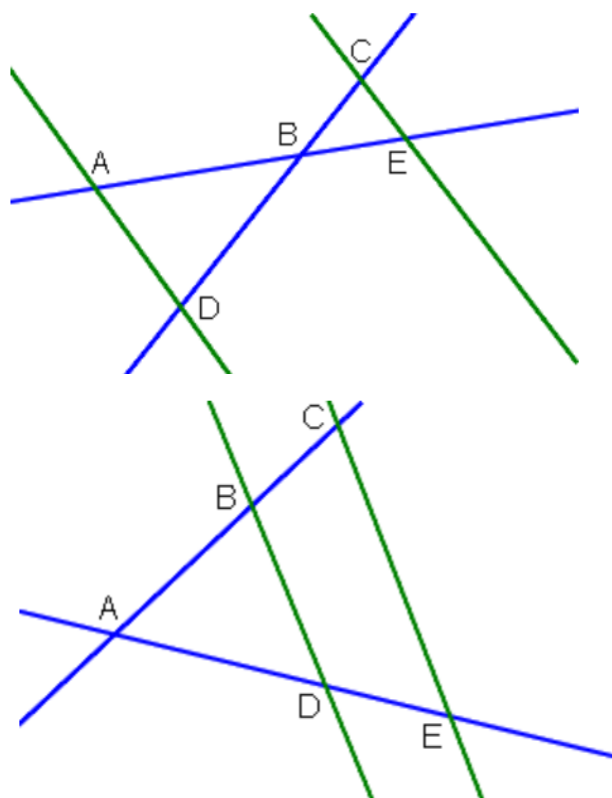
Αν θεωρήσουμε τρεις παράλληλες ευθείες, τις l_1 , l_2 και l_3 , που τέμνουν δύο άλλες ευθείες, δηλαδή τις R_1 και R_2 , τότε παράγουν ανάλογα τμήματα.

Αν οι $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ευθείες τέμνονται σε τμήματα από τις R_1 και R_2 ευθείες, τότε:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Ακολουθούν δύο σχήματα για τα οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί το θεώρημα του Θαλή:



Τουλάχιστον τρεις μετρήσεις μήκους πρέπει να είναι γνωστές σε αυτόν τον τύπο σχήματος για να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα του Θαλή.

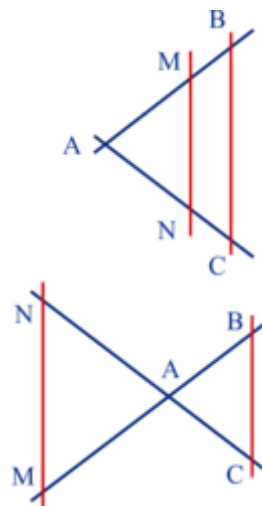
Η απόδειξη του θεωρήματος του Θαλή συνίσταται στην κατασκευή ενός βοηθητικού σχήματος.

Βήμα 2: δραστηριότητες στην τάξη

Το θεώρημα του Θαλή: παράδειγμα εφαρμογής

Το θεώρημα του Θαλή σημαίνει ότι, στα παρακάτω σχήματα, τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου είναι ανάλογα με τις αντίστοιχες πλευρές ενός άλλου τριγώνου. Και πράγματι έχουμε:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Παρατηρήσεις

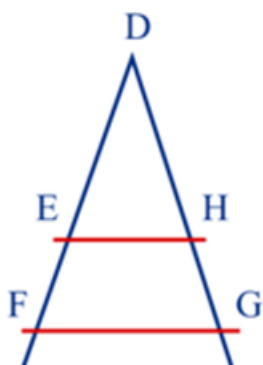
Το θεώρημα του Θαλή δεν μπορεί να εφαρμοστεί, αν το σχήμα δεν **περιλαμβάνει παράλληλες ευθείες**.

Εδώ: $(MN) \parallel (BC)$.

Γράφοντας την ισότητα των τριών πηλίκων, θέτουμε:

- μια πλευρά του πρώτου τριγώνου ως αριθμητή,
- **την αντίστοιχη πλευρά** του δεύτερου τριγώνου ως παρονομαστή.

Τότε,



$$\frac{DE}{DF} = \frac{DH}{DG} = \frac{EH}{FG}$$

Παράδειγμα

Στο παραπάνω σχήμα, ας υποθέσουμε ότι γνωρίζουμε τα μήκη των ακόλουθων τμημάτων:

$$DE=8\text{εκ}$$

$$DF=12\text{εκ}$$

$$DH=4\text{εκ}$$

Θέλουμε να μάθουμε το μήκος του DG.

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Θαλή, μπορούμε να γράψουμε:

$$\frac{DE}{DF} = \frac{DH}{DG} = \frac{EH}{FG}$$

Ας αντικαταστήσουμε τώρα με τις γνωστές τιμές:

$$\frac{8}{12} = \frac{4}{DG}$$

Λύνοντας αυτήν την αναλογική εξίσωση, μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή του DG.

Χρησιμοποιήσαμε με επιτυχία το θεώρημα του Θαλή για να λύσουμε ένα γεωμετρικό πρόβλημα.

$$DG = \frac{4 \cdot 12}{8} = 6 \text{ cm}$$

Και η λύση βρέθηκε.

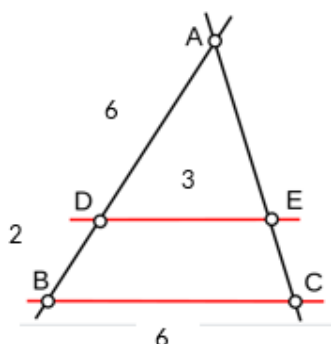
Πώς να επαληθεύσετε ότι δύο ευθείες είναι παράλληλες

Για να ελέγξουμε αν δύο ευθείες είναι παράλληλες ή όχι, χρησιμοποιούμε το αντίστροφο του θεωρήματος του Θαλή.

Παράδειγμα :

Για να δείξουμε ότι οι (BC) και (DE) είναι παράλληλες, υπολογίζουμε τα δύο πηλίκια

$\frac{AD}{AB}$ και $\frac{DE}{BC}$ ξεχωριστά.



$$\frac{AD}{AB} = \frac{6}{6+2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AD}{AB} \neq \frac{DE}{BC}$$

Άρα, σύμφωνα με το αντίστροφο του θεωρήματος του Θαλή, οι ευθείες (DE) και (BC) είναι παράλληλες.

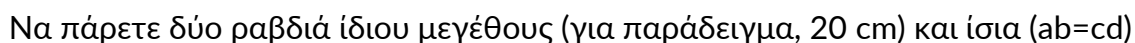


Αυτό το θεώρημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση πολλών πραγμάτων στην επιχείρησή σας ή στο περιβάλλον του μαθητή!

Άσκηση

Αυτή η μέθοδος μπορεί, επίσης, να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση οποιουδήποτε απρόσιτου ύψους.

Αυτή η μέθοδος απαιτεί ένα T που σχηματίζεται από δύο ραβδιά του ίδιου μήκους.
Θεωρούμε ένα δέντρο ύψους AB σε απόσταση BC από τον παρατηρητή.



Τοποθετήστε το πρώτο οριζόντια (παράλληλα με το έδαφος). Τοποθετήστε το δεύτερο ραβδί κάθετα στο πρώτο.

Στη συνέχεια, σταθείτε κοιτάζοντας το δέντρο σε απόσταση, περίπου κοντά στο ύψος
του.

Στη συνέχεια, μετακινηθείτε προς τα εμπρός ή προς τα πίσω και σύρετε το κάθετο ραβδί για ευθυγράμμιση:

- το κάτω μέρος του δέντρου, το κάτω μέρος του κάθετου ραβδιού και το μάτι σας στην ίδια γραμμή (cB)
- η κορυφή του δέντρου, η κορυφή του κάθετου ραβδιού και το μάτι σας στην ίδια γραμμή (cA)

Όταν οι δύο άκρες του δέντρου συμβαδίσουν με τις άκρες του κάθετου ραβδιού, τότε να μετρήσετε την απόσταση που σας χωρίζει από το δέντρο BC.

⇒ **Το ύψος του δέντρου AB είναι τότε ίσο με την απόσταση BC**

Γιατί έτσι;

Οι ευθείες (ab) και (AB) είναι παράλληλες λόγω της προτεινόμενης τοποθέτησης και συνεπώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα του Θαλή.

Στο τρίγωνο ABC, ο κανόνας του Θαλή μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\frac{ca}{cA} = \frac{ab}{AB}$$

Και μπορούμε να γράψουμε το θεώρημα του Θαλή επίσης για το τρίγωνο cHA:

$$\frac{cd}{cH} = \frac{ca}{cA}$$

άρα:

$$\frac{cd}{cH} = \frac{ab}{AB}$$

Θυμηθείτε, τα δύο ραβδιά να έχουν το ίδιο μήκος, **ab = dc**.

Και εφόσον το [cH] είναι κάθετο στο [AB] και ο παρατηρητής στέκεται κάθετα, τότε **cH = BC**.

Το οποίο σημαίνει:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{ab}{BC}$$

$$\Rightarrow AB = BC$$

Για αυτόν τον λόγο, χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Θαλή και τη λεγόμενη μέθοδο του "σταυρού του ξυλοκόπου", το ύψος του δέντρου θα είναι ίσο με την απόστασή του από τον παρατηρητή.

Τώρα, χάρη στο θεώρημα του Θαλή, διασκεδάστε μετρώντας το ύψος του σχολείου σας, τη γέφυρα της πόλης σας, ένα άγαλμα...

Αυτά τα βίντεο συμπληρώνουν αυτήν την ακολουθία:

<https://www.youtube.com/watch?v=EOBMCvDMo4M>

https://www.youtube.com/watch?v=u_bpbsFZqAA

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Κωδικός έργου: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Μάθετε περισσότερα για το Visit Math στη διεύθυνση:

<https://visitmath.eu>

Αυτό το έργο αδειοδοτείται με την άδεια Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

