

Στατιστική και πιθανότητες

Θέμα	Στατιστική
Μαθησιακοί στόχοι	Βασικό λεξιλόγιο της στατιστικής και των πιθανοτήτων
Ηλικιακή ομάδα	10-14 ετών (προσαρμόσιμο για κάθε χώρα)
Εκτιμώμενη διάρκεια	1 ώρα
Εργασίες	Να είναι σε θέση να εκτιμήσει το αποτέλεσμα μιας τυχαίας πράξης
Σχετικές επισκέψεις	Αμιέννη, Λιλ, Λούκα, Πίζα

Προηγούμενες απαιτούμενες γνώσεις

Βασικές πράξεις, κλάσματα

Βήμα - βήμα: η ακολουθία στην πράξη

Βήμα 1: Εισαγωγή στο θέμα

Σύντομη εξέταση των ιστορικών στοιχείων του μαθηματικού αντικειμένου

Αν και η έννοια της στατιστικής φαίνεται αρκετά εύκολη στην κατανόηση – αναφέρεται στη μετατροπή των αριθμών σε κάτι που έχει νόημα – είναι επίσης αρκετά πρόσφατη. Πράγματι, η μαθηματική έννοια της «στατιστικής» γεννήθηκε τον 18ο αιώνα, για να προσδιορίσει τον τρόπο μέτρησης των σχετικών στοιχείων για τον πόλεμο: τον πληθυσμό, την ποσότητα των όπλων, την παραγωγή τροφίμων κ.λπ. Αυτοί οι αριθμοί στη συνέχεια μελετήθηκαν και συγκρίθηκαν με τους αριθμούς των προηγούμενων μηνών ή ετών για να δώσουν μια αντικειμενική ανατροφοδότηση για τον πλούτο μιας χώρας. Στις μέρες μας, η στατιστική βρίσκεται παντού: ο μέσος όρος βαθμολογίας για ένα τεστ, ο αριθμός των «likes» σε μια ανάρτηση στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης, η εξέλιξη των θερμοκρασιών σε μια χώρα κ.λπ.



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Οι πιθανότητες μελετήθηκαν λίγο νωρίτερα, κατά τον 17ο αιώνα, όταν οι Ευρωπαίοι μαθηματικοί συζήτησαν την πιθανότητα να κερδίσει κάποιος ένα παιχνίδι που βασίζεται στην τύχη, όπως τα ζάρια

Σύνδεση μεταξύ αυτών των στοιχείων και του μαθηματικού αντικειμένου

Οι πιθανότητες είναι στενά συνδεδεμένες με τη στατιστική, καθώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για να προσδιοριστεί εάν μια δεδομένη σειρά αριθμών είναι «πιθανή» ή όχι. Όταν οι μαθηματικοί του 17ου αιώνα μελέτησαν τις πιθανότητες να κυλήσει ένα ζάρι και να βγει ένας συγκεκριμένος αριθμός, θα θεωρούσαν ότι όλες οι πλευρές του έχουν ίσες πιθανότητες εμφάνισης. Αν και δεν είναι πιθανό να φέρετε τέσσερα εξάρια στη σειρά (1 ευκαιρία στις 1296), τα στατιστικά στοιχεία θα επιβεβαιώσουν ότι μπορεί να συμβεί.

Αυτά τα μαθηματικά θέματα συνδέονται στενά με τα ποσοστά: Από τη μια, ο χρήστης στοχεύει στο να βρει ποιο μέρος του πληθυσμού εμπίπτει σε έναν συγκεκριμένο κανόνα. Από την άλλη, θέλει να μάθει ποιες είναι οι πιθανότητες να βρει το αποτέλεσμα που περιμένει – ή τι είναι αυτό που αναμένεται.

Η ικανότητα κατανόησης στατιστικών και πιθανοτήτων είναι, επίσης, σημαντική για την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης – είτε για να ελέγξουμε χονδρικά αν το αποτέλεσμα μιας εξίσωσης είναι σωστό, είτε για να κατανοήσουμε όλα τα δεδομένα που μας αποστέλλονται καθημερινά!

Βήμα 1: Εργασίες στην τάξη

Στατιστική

Πολλά εργαλεία δημιουργήθηκαν, για να δώσουν νόημα στους αριθμούς που μπορεί κανείς να βρει στα στατιστικά στοιχεία. Για παράδειγμα, μπορείτε να βρείτε το μέσο όρο μιας σειράς αποτελεσμάτων, να υπολογίσετε μια αύξηση ή μείωση σε μια τάση κ.λπ.

Μεγαλείο

Το πρώτο πράγμα που μπορούμε να κάνουμε με τα στατιστικά είναι να συγκρίνουμε τους αριθμούς, με άλλα λόγια, να ρίξουμε μια ματιά στο ποσοστό ενός κοινού

φαινομένου μεταξύ δύο (ή περισσότερων) ομάδων. Οι ομάδες δεν χρειάζεται να έχουν το ίδιο μέγεθος, αλλά τα κριτήρια που μελετήθηκαν πρέπει να είναι ακριβώς τα ίδια.

Για παράδειγμα, στους παρακάτω πίνακες:

Τάξη Α/σύνολο	35
Αγόρια	17
Κορίτσια	18

Τάξη Β/σύνολο	23
Αγόρια	12
Κορίτσια	11

Υπάρχουν περισσότερα αγόρια στην τάξη Α από ό,τι στην τάξη Β ωστόσο, υπάρχει μεγαλύτερη αναλογία αγοριών στην τάξη Β από ό,τι στην τάξη Α.

Τα στατιστικά βοηθούν, επίσης, να δείξουμε την εξέλιξη της παρακολούθησης δεδομένων από το παρελθόν.

Τάξη Α 2022/ σύνολο	35
Αγόρια	17
Κορίτσια	18

Τάξη Α 2023/σύνολο	34
Αγόρια	13
Κορίτσια	21

Σε αυτούς τους πίνακες, ο συνολικός αριθμός των μαθητών στην τάξη Α μειώθηκε ελαφρώς, αλλά το ποσοστό των κοριτσιών στην τάξη αυξήθηκε σε μεγάλο βαθμό.

Εφαρμογή

Συγκρίνετε την αναλογία των εγγεγραμμένων μελών με όλα τα αθλήματα που αναφέρονται παρακάτω μεταξύ των δύο ετών. Το σύνολο των μελών έχει μειωθεί μεταξύ των δύο ετών. **Ποιος σύλλογος έχει χάσει το μεγαλύτερο ποσοστό των μελών του; Το μικρότερο; Ποια είναι η αναλογία των μελών σε κάθε άθλημα;**

Συνολικός αριθμός μελών το 2022	185
Μέλη ποδοσφαιρικού συλλόγου	56
Μέλη συλλόγου τένις	65
Μέλη συλλόγου καράτε	34
Μέλη συλλόγου γυμναστικής	30

Συνολικός αριθμός μελών το 2023	168
Μέλη ποδοσφαιρικού συλλόγου	50
Μέλη συλλόγου τένις	58
Μέλη συλλόγου καράτε	31
Μέλη συλλόγου γυμναστικής	29

Μέσος όρος

Ο μέσος όρος είναι το άθροισμα όλων των αριθμών ενός συγκεκριμένου δεδομένων διαιρεμένο με τον αριθμό των εμφανίσεων. Αν χρησιμοποιούσαμε τα δεδομένα από τα παραδείγματα Grandeur, μπορούμε να υπολογίσουμε τον μέσο αριθμό αγοριών και κοριτσιών σε δύο χρόνια.

Αριθμός αγοριών: $(17+13)/2 = 30/2 = 15$

Υπήρχαν κατά μέσο όρο 15 αγόρια στην τάξη Α.

Αριθμός κοριτσιών: $(18+21)/2 = 39/2 = 19,5$

Υπήρχαν κατά μέσο όρο 19,5 κορίτσια στην τάξη Α.

Ο μέσος όρος χρησιμοποιείται για να γνωρίζουμε εάν ένας μαθητής έχει συγκεντρώσει αρκετούς βαθμούς σε ένα σχολικό έτος για να περάσει ή για να συγκριθεί με την ακόλουθη έννοια για να βοηθήσει στην ανακάλυψη ανισοτήτων.

Διάμεσος

Μια διάμεσος αντιστοιχεί στην τιμή του αριθμού στη μέση της σειράς. Είναι ενδιαφέρον να συγκριθεί η διάμεσος με την ελάχιστη τιμή και τη μέγιστη τιμή μιας σειράς, προκειμένου να ανακαλύψουμε σε ποια από τις τιμές είναι πιο κοντά. Αυτό είναι πιο ενδιαφέρον, όταν αναλύουμε μεγαλύτερα δεδομένα από αυτό που κάναμε στο προηγούμενο παράδειγμα.

Ας ρίξουμε μια ματιά στον αριθμό των αδελφών αγοριών και των αδερφών κοριτσιών μεταξύ των μαθητών στην τάξη Α.

Αδερφοί και αδερφές	0	1	2	3	4
Σύνολο μαθητών	6	14	10	3	2

Για να βρούμε τον διάμεσο αριθμό των αδελφών (αγοριών) και των αδελφών (κοριτσιών) των μαθητών της τάξης Α, πρέπει πρώτα να μετρήσουμε τον συνολικό αριθμό των μαθητών: 35 και στη συνέχεια, να βρούμε τη διάμεσο των 35, που είναι: $35/2 = 17,5$, το οποίο στρογγυλοποιείται στο 18.

Υπάρχουν 6 μαθητές χωρίς αδελφό ή αδελφή, 14 μαθητές που έχουν έναν, 10 μαθητές που έχουν δύο, 3 μαθητές που έχουν τρεις και 2 μαθητές που έχουν τέσσερις. Για να το οπτικοποιήσετε καλύτερα, μπορείτε να αναπαραστήσετε τους μαθητές ως εξής:

000000111111111111222222222233344

Στη συνέχεια, πρέπει να βρούμε τον 18ο μαθητή στον παραπάνω πίνακα: ο 18ος μαθητής έχει 1 αδελφό ή αδελφή.

Έτσι φαίνεται στην προηγούμενη απεικόνιση:

0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4

Ο διάμεσος αριθμός αδελφών (αγοριών) και αδελφών (κοριτσιών) για τους μαθητές της τάξης Α είναι 1.

Ο μέσος αριθμός αδελφών (αγοριών) και αδελφών (κοριτσιών) για τους μαθητές αυτής της τάξης θα ήταν:

$$(6 \times 0 + 14 \times 1 + 10 \times 2 + 3 \times 3 + 2 \times 4) / 35 = 51 / 35 \text{ ή } 1,46.$$

Ο μέσος όρος αδελφών(αγοριών) και αδελφών (κοριτσιών) είναι ελαφρώς υψηλότερος από 1 σε αυτό το παράδειγμα.

Τεταρτημόριο

Όπως η διάμεσος αφορά τη μέση τιμή του δείγματος των μαθητών, τα τεταρτημόρια αφορούν το πρώτο και το τρίτο τέταρτο του δείγματος και αποδίδονται ως Q1 και Q3.

Για να τα υπολογίσετε, διαιρέστε τον αριθμό των θεμάτων με το 4.

Στην περίπτωση της Τάξης Α, αυτό σημαίνει $35/4 = 8,75$, στρογγυλοποιημένο στο 9. Επομένως, Q1 είναι ο αριθμός των αδελφών (αγοριών) και των αδελφών(κοριτσιών) του 9ου μαθητή.

Το Q3 είναι τρεις φορές το Q1: $8,75 \times 3 = 26,25$ στρογγυλοποιημένο προς τα κάτω στο 26. Σε αυτήν την τάξη, το Q3 αντιστοιχεί στον 26ο μαθητή.

Ο 9ος μαθητής έχει 1 αδελφό ή αδελφή. Το Q1 είναι ίσο με 1 στο παράδειγμά μας και επομένως είναι ίσο με τη διάμεσο.

Ο 26ος μαθητής έχει 2 αδέρφια ή αδερφές. Στο παράδειγμά μας, το Q3 είναι ίσο με 2.

Αυτό μπορεί να απεικονιστεί ως εξής:

0 0 0 0 0 1 1 **1** 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 **2** 2 2 2 2 3 3 3 4 4

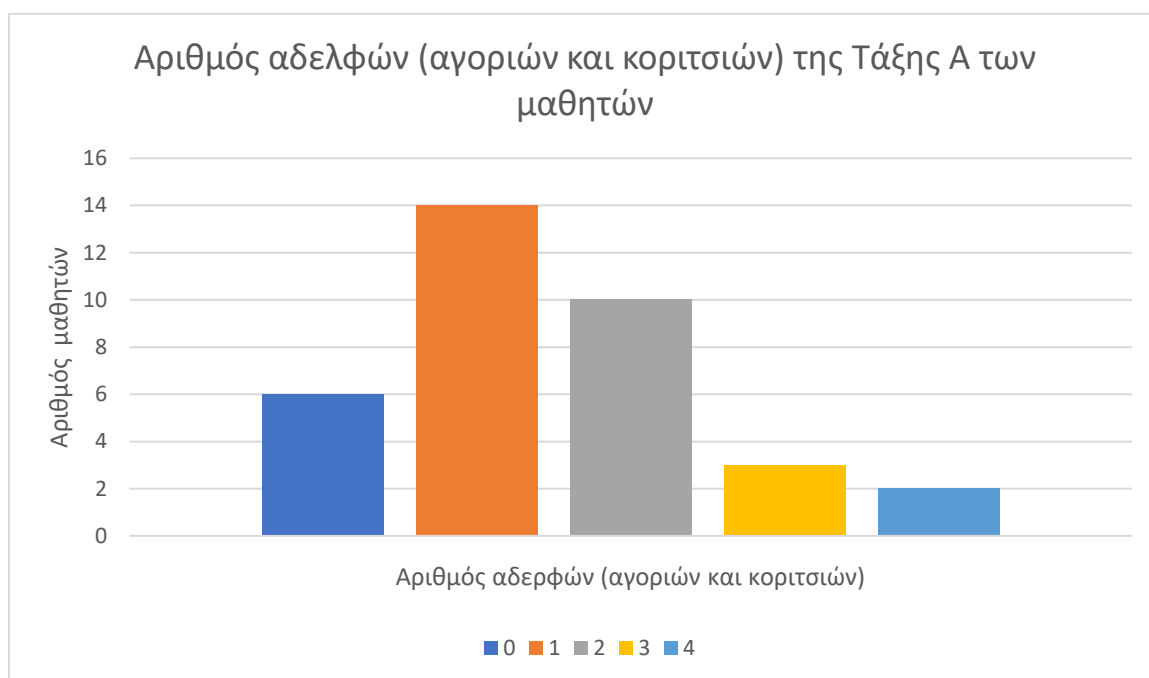
Εφαρμογή

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει πόσες ημέρες την εβδομάδα τρώει κάθε μαθητής στο σχολείο. Δώστε τον μέσο αριθμό φορών που τρώει ένας μαθητής στο σχολείο, καθώς και τον διάμεσο και τα τεταρτημόρια.

Αριθμός ημερών	0	1	2	3	4	5
Αριθμός μαθητών	12	3	5	4	1	10

Γραφήματα

Για να οπτικοποιήσετε καλύτερα τα αποτελέσματα, μπορείτε να τα οργανώσετε σε γραφήματα.



Για να δημιουργήσετε ένα φοβερό γράφημα, πρέπει να τηρείτε μερικούς κανόνες.

1. Να είστε σαφείς (χρησιμοποιήστε χρώματα, αν είναι δυνατόν, αφήστε τα δεδομένα σας και βεβαιωθείτε ότι είναι αρκετά μεγάλα)
2. Να είστε ακριβείς (ορίστε μια κλίμακα για να εμφανίσετε τα δεδομένα σας και μείνετε σε αυτήν)
3. Εκφραστείτε λεκτικά (προσθέστε έναν τίτλο στο γράφημά σας και λεζάντες, για να υποδείξετε τι αντιπροσωπεύει κάθε μέρος του γραφήματος σας).

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να δημιουργήσετε γραφήματα: γραφήματα ράβδων (όπως ο παραπάνω), ιστογράμματα, γραφήματα πίτας, γραφήματα διασποράς κ.λπ. Επιλέξτε αυτόν που προβάλλει καλύτερα τα στοιχεία που θέλετε να επισημάνετε!

Πιθανότητες

Η πιθανότητα είναι η έκφραση των ευκαιριών να οδηγηθείτε σε ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα. Η πιθανότητα ενός γεγονότος A είναι ίση με την αναλογία μεταξύ του αριθμού των στοιχείων του A ως προς τον συνολικό αριθμό των πιθανών αποτελεσμάτων. Εξετάστε την Τάξη A από το προηγούμενο παράδειγμα, με 35 μαθητές: αν επιλέγαμε έναν μαθητή τυχαία, τότε κάθε μαθητής θα είχε $1/35$ (0,03) πιθανότητες να επιλεγεί. Φυσικά, αυτό σημαίνει ότι όλα τα ζητήματα έχουν τις ίδιες πιθανότητες να συμβούν: δεν θα υπήρχε κανένα μέσο για να γνωρίζουμε προληπτικά ποιον μαθητή πρόκειται να επιλέξουμε.

Ορισμένα αποτελέσματα εμφανίζονται επίσης καλύτερα ως ποσοστά. Για παράδειγμα, στην Κατηγορία A , θα είχαμε:

- $6/35$ πιθανότητες να επιλέξουμε έναν μαθητή χωρίς αδελφό ή αδελφή (0,17 πιθανότητα)
- $14/35$ πιθανότητες να επιλέξουμε έναν μαθητή με έναν αδερφό ή αδελφή (0,4 ευκαιρία)
- $10/35$ πιθανότητες να επιλέξουμε έναν μαθητή με δύο (0.285 πιθανότητες)
- $3/35$ πιθανότητες να επιλέξουμε έναν μαθητή με τρεις (0.085 πιθανότητες)
- $2/35$ πιθανότητες να επιλέξουμε έναν μαθητή με τέσσερις (0,06 πιθανότητες)

Το σύνολο πρέπει πάντα να είναι ίσο με 1. Πράγματι, υπάρχει $1/1$ πιθανότητα να επιλέξουμε έναν μαθητή στην A τάξη.

Βήμα 3: Εργασίες για το σπίτι και ιδέες ανάπτυξης

Το τεστ μαθηματικών

Ακολουθούν οι βαθμοί που έλαβαν αρκετοί μαθητές σε ένα τεστ σχετικά με τη στατιστική. Οι βαθμοί είναι στην κλίμακα του 20.

15	16	8	10	20	19	17	14	14	15	18	20	7	10	15	14	12	11	17
----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

Ποιος είναι ο μέσος όρος της τάξης; Ποια είναι η διάμεσος; Τι είναι το Q1 και το Q3;

Η λαχειοφόρος

Σήμερα είναι μέρα λαχειοφόρου αγοράς! Αν και δεν επιτρέπεται να μοιραστούν τις πληροφορίες, ένας από τους διοργανωτές σας έδειξε τα έπαθλα των εισιτηρίων

0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	1 €
1 €	1 €	1 €	1 €	1 €	1 €	2 €	2 €	2 €	2 €
2 €	3 €	3 €	3 €	3 €	4 €	5 €	6 €	8 €	10 €

Η αγορά εισιτηρίου κοστίζει 2€. Ποιες είναι οι πιθανότητες

να μπορέσετε να κερδίσετε τα χρήματα της αγοράς του;

Ποιες είναι οι πιθανότητες να κερδίσετε πραγματικά

κάποια χρήματα; Χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες

που περιέχονται παραπάνω, ποιο είναι το μέσο κέρδος;

Ποιο είναι το διάμεσο κέρδος; Είναι αυτοί οι αριθμοί

υψηλότεροι ή χαμηλότεροι από την τιμή ενός εισιτηρίου; Τι μπορείτε να καταλάβετε από αυτό;



Εικόνα 1 Pixabay

Οι ομάδες ποδοσφαίρου

Ο παρακάτω πίνακας δείχνει πόσα πρωταθλήματα έχει κατακτήσει κάθε μία από αυτές τις ποδοσφαιρικές ομάδες. Δημιουργήστε ένα γράφημα που δείχνει την αναλογία των ομάδων που κέρδισαν τον ίδιο αριθμό τίτλων.

Η καταπληκτική ομάδα	Η «άνετη» ομάδα	Η σπουδαία ομάδα	Η καλή ομάδα	Η υπέροχη ομάδα	Η ομάδα σόκερ	Η απόλυτη ομάδα
3	2	5	3	2	1	1
Η βαρετή ομάδα	Η ομάδα του ναι	Η ομάδα των γκολ	Η αμυντική ομάδα	Η σούπερ ομάδα	Η σκιώδης ομάδα	Η εύκολη ομάδα
3	4	1	1	2	8	2

Ποιος είναι ο μέσος αριθμός των τίτλων που κέρδισαν αυτές οι ομάδες; Ποια είναι η διάμεσος; Ας υποθέσουμε ότι οι ομάδες που έχουν κερδίσει τον ίδιο αριθμό τίτλων δεν μπορούν να παίξουν μεταξύ τους. Ποιες θα ήταν οι πιθανότητες να αντιμετωπίσει η «άνετη ομάδα» την ομάδα του «ναι»; Ποιες θα ήταν οι πιθανότητες να αντιμετωπίσει η Απόλυτη ομάδα την Καταπληκτική ομάδα;



Εικόνα 2 Pixabay

Πηγές

Porter, T.M. (2023). *Probability and Statistics*. Britannica.

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Κωδικός έργου: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Μάθετε περισσότερα για το Visit Math στη διεύθυνση:

<https://visitmath.eu>

Αυτό το έργο αδειοδοτείται με την άδεια Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

