

Μαθηματικά και Γεωμετρία

Θέμα	Χρυσή αναλογία – ακολουθία Fibonacci
Μαθησιακοί στόχοι	Να γίνει κατανοητή η έννοια της χρυσής αναλογίας και της ακολουθίας Fibonacci
Ηλικιακή ομάδα	10-16 ετών
Εκτιμώμενη διάρκεια	2 ώρες
Δραστηριότητες	Δυνατότητα υπολογισμού της Χρυσής αναλογίας και της ακολουθίας Fibonacci
Σχετικές επισκέψεις	Αθήνα

Απαιτούμενες προηγούμενες γνώσεις

Υποτιμώντας τα επίπεδα στη Γεωμετρία και τα σημεία

Βήμα προς βήμα: η ακολουθία στην τάξη

Βήμα 1: Εισαγωγή στο θέμα

Τι κοινό έχουν ένα κοχύλι και πέταλα λουλουδιών με τον Παρθενώνα, η Μόνα Λίζα του Ντα Βίντσι με τον γαλαξία; Τι θα γινόταν αν κάποιος σας έλεγε ότι η ομορφιά είναι απλά μια μαθηματική εξίσωση;

Οι απαντήσεις είναι η χρυσή αναλογία και η ακολουθία Fibonacci.



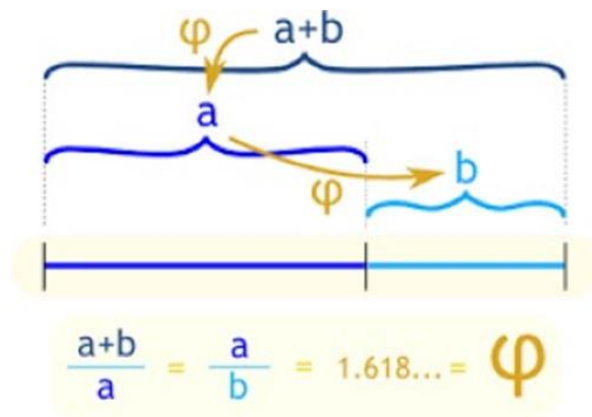
Εικόνες χρυσής αναλογίας

Ο Έλληνας λόγιος Πυθαγόρας πιστώνεται με την ανακάλυψη της χρυσής αναλογίας. Αλλά η προέλευση αυτού μπορεί να εντοπιστεί στον Ευκλείδη, ο οποίος το ανέφερε ως "ακραία και μέση αναλογία" στα "Στοιχεία". Στη συνέχεια, αναφέρθηκε από τον Luca Pacioli, σύγχρονο του Leonardo Da Vinci, στο "De Divina Proportione" το 1509, από τον Johannes Kepler γύρω στο 1600 και από τον Dan Brown το 2003 στο best-seller μυθιστόρημά του, "The Da Vinci Code".

Η χρυσή αναλογία χρησιμοποιήθηκε από τους Αιγυπτίους για να δημιουργήσουν τις ένδοξες πυραμίδες τους, από τον Φειδία για να σχεδιάσουν τον φημισμένο Παρθενώνα και από καλλιτέχνες στην Αναγέννηση ως μέτρο όλης της ομορφιάς. Αντιπροσωπεύεται από το ελληνικό γράμμα Phi ($\phi = 1.61803399$), γνωστό ως Χρυσή Αναλογία, Χρυσός Αριθμός, Χρυσή Αναλογία, Χρυσή Τομή, Θεϊκή Αναλογία και Θεϊκή Τομή. Η χρυσή αναλογία προέρχεται από τους αριθμούς Fibonacci. Ο Λεονάρντο της Πίζας, ο οποίος ήταν γνωστός ως Fibonacci, εισήγαγε μια ακολουθία αριθμών στον δυτικό πολιτισμό το 1202. Αυτή η ακολουθία, που ονομάζεται ακολουθία Fibonacci, αποκαλύπτει μια σειρά σχέσεων που αντικατοπτρίζουν μεγάλο μέρος της φυσικής δομής της φύσης.

Συνδέσεις μεταξύ αυτών των στοιχείων και μαθηματικών θεμάτων

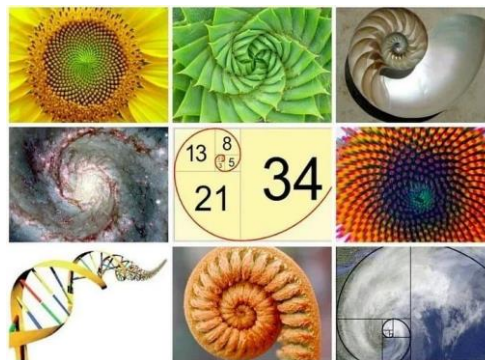
Μαθηματικά, μπορεί να οριστεί ως ο άρρητος αριθμός $(1 + \sqrt{5})/2$, που συχνά συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα ϕ ή τ , το οποίο είναι περίπου ίσο με 1.618. Είναι ο λόγος ενός τμήματος γραμμής που κόβεται σε δύο κομμάτια διαφορετικού μήκους, οπότε ο λόγος ολόκληρου του τμήματος προς αυτόν του μακρύτερου τμήματος μπορεί να είναι ίσος με τον λόγο του μεγαλύτερου τμήματος προς το μικρότερο τμήμα.



Μαθηματικά χρυσού σιτηρεσίου

Ποια είναι η σχέση μεταξύ της χρυσής αναλογίας και των αριθμών Fibonacci στον φυσικό κόσμο;

Η αναλογία δύο διαδοχικών αριθμών Fibonacci πλησιάζει τη Χρυσή Αναλογία. Αποδεικνύεται ότι οι αριθμοί Fibonacci εμφανίζονται αρκετά συχνά στη φύση. Μερικά παραδείγματα είναι το μοτίβο των φύλλων σε ένα στέλεχος, τα μέρη ενός ανανά, η ανθοφορία μιας αγκινάρας, το ξετύλιγμα μιας φτέρης και η διάταξη ενός κώνου πεύκου.



Παραδείγματα χρυσής αναλογίας σε διάφορα σχέδια

Λοιπόν, γιατί πρέπει κανείς να μελετήσει τη Χρυσή Αναλογία;

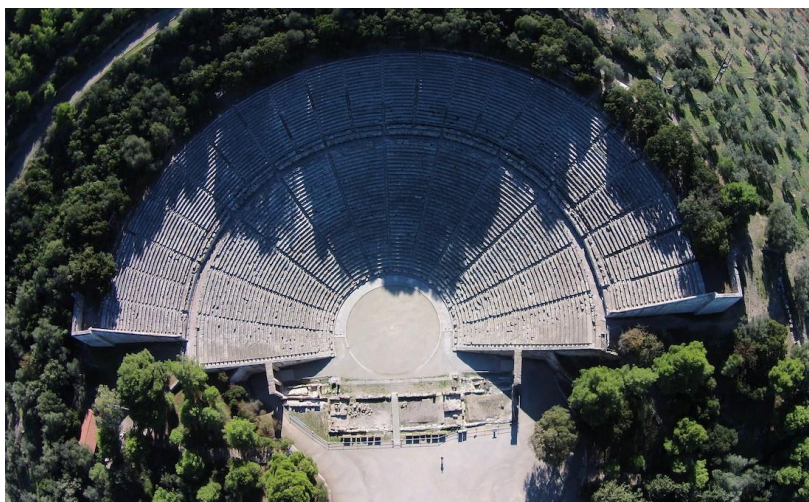
Θέλετε να σχεδιάσετε ένα πρόσωπο; Πώς να επιτύχετε αρμονία; Είναι πολύ απλό - απλά οργανώστε τα μέρη, τα οποία είναι συνήθως ανόμοια, σε μια συγκεκριμένη ακριβή αναλογία, ώστε να μπορούν να συναντηθούν και να δημιουργήσουν ομορφιά.

Η χρυσή αναλογία είναι σημαντική για τη σύνδεσή σας με τη φύση, καθώς και για τη γένεση του σύμπαντος και του ανθρώπινου σώματος.

Εμπνευσμένοι από την ομορφιά του, διάσημοι καλλιτέχνες το έχουν ενσωματώσει στα σχέδια και τις συνθέσεις των αρχιτεκτονικών θαυμάτων τους. Για το λόγο αυτό, σας βοηθά να συνειδητοποιήσετε τα όρια της ανθρώπινης προσοχής ότι μπορείτε να δημιουργήσετε κάτι που είναι αισθητικά ευχάριστο. Εάν αποφασίσετε να χρησιμοποιήσετε τη χρυσή αναλογία ως βάση για την τέχνη ή το σχέδιό σας, μπορεί να βοηθήσει το έργο σας να φαίνεται ομοιόμορφο, ισορροπημένο και καλλιτεχνικό.

Βήμα 2: Δραστηριότητες στην τάξη

Δραστηριότητα 1



Αρχαίο θέατρο Επιδαύρου

Φανταστείτε ότι επισκέπτεστε το αρχαίο θέατρο της Επιδαύρου.

Έτσι, αν κοιτάξετε το αμφιθέατρο, θα παρατηρήσετε ότι έχει χωριστεί σε δύο, όχι ίσα μέρη.

Το ένα έχει 34 σειρές και το άλλο έχει 21 σειρές.

Τώρα, ελέγξτε τη σύνδεση μεταξύ αυτών των αριθμών και της ακολουθίας Fibonacci. Ποια είναι τα ευρήματά σας;

Δραστηριότητα 2

Παρακολουθήστε αυτό το βίντεο:

https://www.pbslearningmedia.org/resource/math_nature/fibonacci-sequence/

Τώρα ας δούμε μερικές εικόνες λουλουδιών:



Fibonacci στη φύση

Βήμα 1: Δημιουργήστε ένα γράφημα που δείχνει τον τύπο του λουλουδιού που παρατηρήσατε και τον αριθμό των πετάλων στο λουλούδι.

Βήμα 2: Σημειώστε τυχόν παρατηρήσεις που κάνετε σχετικά με τα πέταλα λουλουδιών.

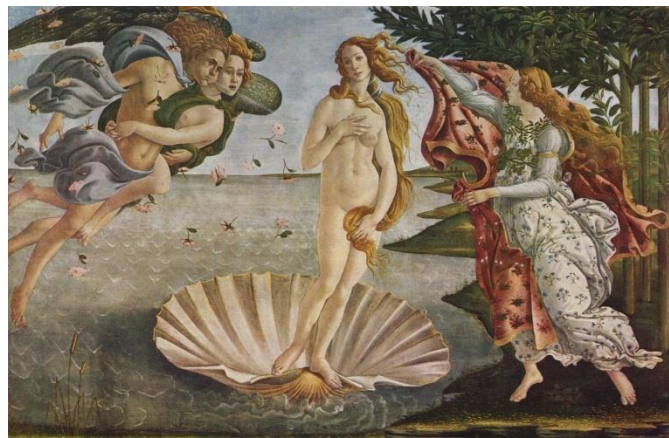
Είναι το λουλούδι ισοδύναμο με αριθμούς από την ακολουθία Fibonacci;

Δραστηριότητα 3

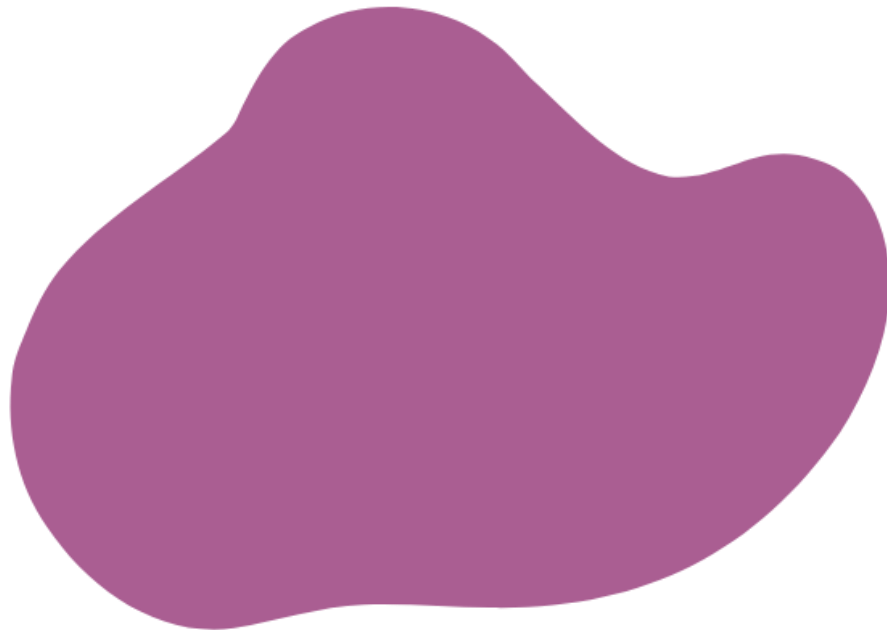
- **Βήμα 1:** Αναζητήστε μια online εικόνα της γέννησης της Αφροδίτης του Μποτιτσέλι και εκτυπώστε την.
- **Βήμα 2:** Σχεδιάστε ένα τετράγωνο μεγέθους "1" στο σώμα της Αφροδίτης.
- **Βήμα 3:** Τοποθετήστε μια κουκκίδα στη μέση κατά μήκος της μίας πλευράς.

- **Βήμα 4:** Σχεδιάστε μια γραμμή από αυτό το σημείο σε μια αντίθετη γωνία.
- **Βήμα 5:** Τώρα γυρίστε αυτή τη γραμμή έτσι ώστε να τρέχει κατά μήκος της πλευράς του τετραγώνου.
- **Βήμα 6:** Στη συνέχεια, μπορείτε να επεκτείνετε το τετράγωνο έτσι ώστε να γίνει ορθογώνιο.

Πιστεύετε λοιπόν ότι ο Μποτιτσέλι έχει χρησιμοποιήσει τη χρυσή αναλογία;

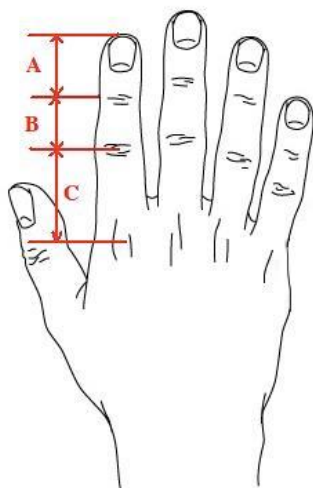


Εικόνα Ελαιογραφία, Αφροδίτη, Sandro Botticelli



Βήμα 3: Εργασίες για το σπίτι και ιδέες ανάπτυξης

Δραστηριότητα 1



Η Χρυσή Αναλογία και το ανθρώπινο σώμα

Μετρήστε τα εξής:

- Απόσταση από το έδαφος έως τον αφαλό σας
- Απόσταση από τον αφαλό σας μέχρι την κορυφή του κεφαλιού σας
- Απόσταση από το έδαφος μέχρι τα γόνατά σας
- Αποστάσεις A, B και Γ
- Μήκος του χεριού σας
- Απόσταση από τον καρπό έως τον αγκώνα σας

Τώρα υπολογίστε τις ακόλουθες αναλογίες:

1. Απόσταση από το έδαφος μέχρι τον αφαλό σας / Απόσταση από τον αφαλό σας μέχρι την κορυφή του κεφαλιού σας
2. Απόσταση από το έδαφος έως τον αφαλό σας / Απόσταση από το έδαφος έως τα γόνατά σας
3. Απόσταση C / Απόσταση B
4. Απόσταση B / Απόσταση A
5. Απόσταση από τον καρπό έως τον αγκώνα / Μήκος χεριού
6. Γράψτε όλα τα αποτελέσματα σε μια εργασία
7. Μπορείτε να δείτε κάτι ιδιαίτερο σχετικά με αυτές τις αναλογίες;

Δραστηριότητα 2



Κάτοψη κώνων πεύκου

- **Βήμα 1:** Βγείτε έξω και συλλέξτε κουκουνάρια. Εάν μπορείτε, συγκεντρώστε διαφορετικά είδη και μεγέθη.
- **Βήμα 2:** Κοιτάξτε το ευρύτερο μέρος του κουκουναριού και προσπαθήστε να δείτε πώς οι σπόροι σχηματίζουν σπείρες.
- **Βήμα 3:** Χρησιμοποιήστε έναν έγχρωμο δείκτη για να επισημάνετε όλες τις σπείρες που πηγαίνουν προς μία κατεύθυνση.
- **Βήμα 4:** Μετρήστε τις σπείρες. Χρησιμοποιήστε διαφορετικό χρωματικό δείκτη για να επισημάνετε σπείρες που πηγαίνουν προς την αντίθετη κατεύθυνση.
- **Βήμα 5:** Μετρήστε τες.

Γράψτε την ακολουθία αριθμών Fibonacci σε ένα φύλλο χαρτιού.

Ελέγξτε τον αριθμό των σπειρών που έχετε μετρήσει. Είναι αριθμοί Fibonacci;

Κάντε το ίδιο με άλλα κουκουνάρια!

Αναφορές

14 ενδιαφέροντα παραδείγματα της χρυσής αναλογίας στη φύση

https://www.mathnasium.com/blog/14-interesting-examples-of-the-golden-ratio-in-nature?fbclid=IwAR2E4bx_X7vRhllzNr9ws97AQGTgO54YMc2GNNO4vAMfedEjge3UlyHk

Χρυσή αναλογία <https://www.britannica.com/science/golden-ratio>

Παρθενώνας: Η χρυσή αναλογία και η διαχρονική κληρονομιά στα μαθηματικά

<https://acropolis-greece.com/2023/07/22/parthenon-the-golden-ratio-and-the-timeless-legacy-in-mathematics/>

Fibonacci στην τέχνη και την αρχιτεκτονική

<https://fibonacci.com/art-architecture/>

Η Χρυσή Αναλογία στην Ελληνική Τέχνη και Αρχιτεκτονική

<https://canukeepup.wordpress.com/2009/07/17/the-golden-ratio-in-greek-art-architecture/>

<https://pixabay.com/el/images/search/golden%20ratio/>

<https://o.servu.gr/2013-06-23-10-30-27/graphprioton/319-philosophy/3208-exorisi-tomi-afto-thavmast-provlima>

<https://teach-technology.org/blog/f/the-fibonacci-series-a-hidden-order-to-natures-designs>

<https://w.matsispun.com/numbers/golden-radio.html>

<https://www.argolisculture.gr/el/lista-mnimeion/arhaio-theatro-epidayrou/monumentPhotos#&gid=1&pid=2>

<https://gofiguremath.org/natures-favorite-math/fibonacci-numbers/fibonacci-in-nature/>

<https://pixabay.com/el/photos/%CE%B5%CE%BB%CE%B1%CE%B9%CE%BF%CE%B3%CF%81%CE%B1%CF%86%CE%AF%CE%B1-%CE%B1%CF%86%CF%81%CE%BF%CE%B4%CE%AF%CF%84%CE%B7-67664/>

<https://rich.maths.org/7668?biglit=him3kaikwabjiak6JCSL8rakjbitstm1Chanx0jk-K30Rakjo0Ajedmaln>

https://www.freepik.com/free-photo/top-view-pine-cones_12061075.htm#query=fibonacci%20pinecone&position=12&from_view=search&track=ais&uuid=28d6c3d0-dab1-4b58-81c2-213036bd0973

https://www.freepik.com/free-photo/top-view-pine-cones_12061075.htm#query=fibonacci%20pinecone&position=12&from_view=search&track=ais&uuid=28d6c3d0-dab1-4b58-81c2-213036bd0973

Αυτό το έργο έχει χρηματοδοτηθεί με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Αυτή η δημοσίευση αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του συγγραφέα και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Κωδικός έργου: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Μάθετε περισσότερα για το Visit Math στη διεύθυνση:

<https://visitmath.eu>

Αυτό το έργο αδειοδοτείται με την άδεια Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

