

Twierdzenie Talesa

Temat	Geometria
Cele kształcenia	Korzystanie z twierdzenia Talesa w rozwiązywaniu zadań praktycznych
Grupa wiekowa	12-16 lat (do dostosowania w każdym kraju)
Czas trwania	45 minut
Zadania	Poznaj Talesa i zastosowania jego twierdzeń
Powiązane wycieczki	Agen, Montauban

Uczeń powinien

- Znać podstawowe pojęcia geometrii, takie jak punkty, proste, odcinki, półproste, kąty itp.
- Znać własności trójkątów.
- Rozumieć pojęcia stosunku i proporcji, a także umieć rozwiązywać proste równania wykorzystując proporcje.

Krok po kroku:

Krok 1: Wprowadzenie

Trochę historii

Tales z Miletu urodził się około 620 r. p.n.e. w Milecie w Grecji. Jest uważany za pierwszego filozofa przedsokratejskiego i pierwszego z siedmiu mędrców starożytności. Był matematykiem, fizykiem, astronomem, inżynierem i meteorologiem. Jest założycielem Jońskiej Szkoły Filozofii Przyrody w Milecie.

Arystoteles i inni starożytni filozofowie uważali Talesa za pierwszego greckiego filozofa. Tales nie zgadzał się z wcześniejszymi interpretacjami zjawisk naturalnych, które do tego czasu opierały się jedynie na mitach, legendach i wierzeniach religijnych. Podjął się on, z

wieloma sukcesami, wyjaśnienia zjawisk naturalnych za pomocą logiki naukowej. Tales z Miletu jest zatem uważany za pierwszego, który otworzył drogę do badań naukowych.

Przypomnienie

Będziemy przestrzegać następujących zasad zapisu:

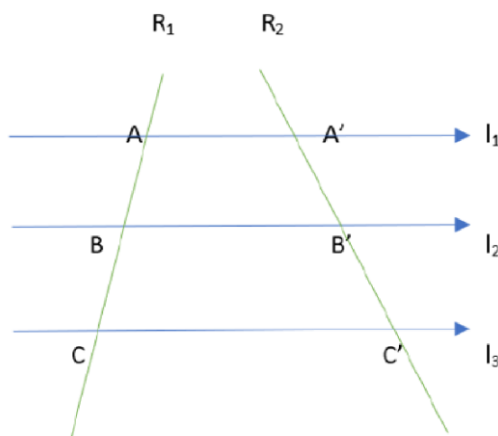
- AB oznacza odcinek pomiędzy punktem A i punktem B
- (AB) oznacza prostą nieograniczonego wymiaru przechodzącą przez punkt A i punkt B
- $[AB]$ oznacza odcinek, podział prostej (AB) , którego końcami są punkt A z jednej strony i punkt B z drugiej.

Twierdzenie Talesa: definicja

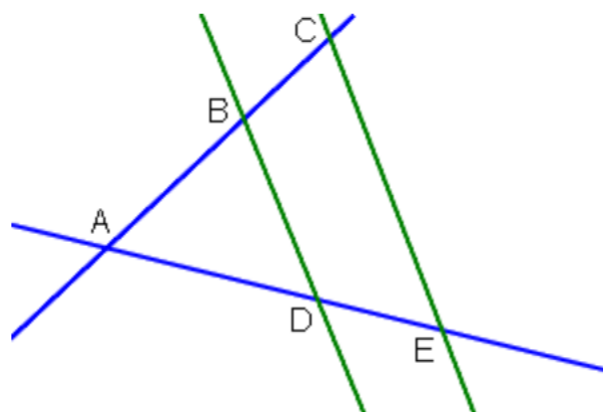
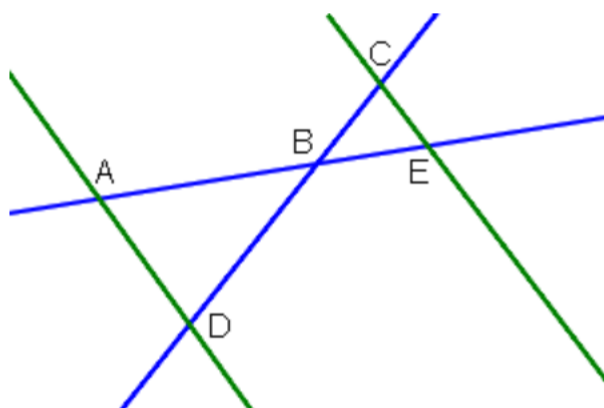
Tales z Miletu był powszechnie znany ze swoich twierdzeń i reguł w dziedzinie geometrii. Jedna z nich została przedstawiona poniżej.

Jeśli $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ zostaną przecięte przez proste R_1 i R_2 , wtedy na prostych R_1 i R_2 powstaną segmenty (odcinki) takie, że:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Oto dwie figury, dla których można zastosować twierdzenie Talesa:



W tego typu figurze muszą być znane co najmniej trzy długości, abyśmy mogli skorzystać z twierdzenia Talesa.

Zastosowanie twierdzenia Talesa polega zatem na zapisaniu równych stosunków długości w tego typu figurach.



VISIT MATH

Krok 2: Ćwiczenia

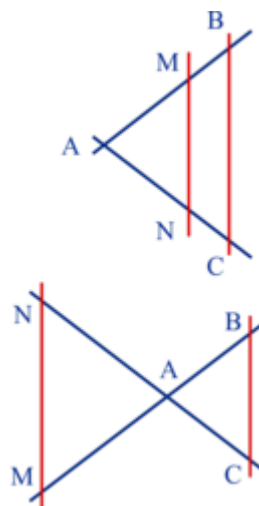


Dofinansowane przez
Unię Europejską

Twierdzenie Talesa: przykładowe zastosowanie

Twierdzenie Talesa mówi, że w tego typu konfiguracji, długości boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiadających im boków innego trójkąta. I rzeczywiście:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



Uwagi

Twierdzenia Talesa nie można zastosować, jeśli figura nie zawiera **prostych równoległych**. Tutaj: $(MN) \parallel (BC)$.

Po zapisaniu równości trzech ilorazów umieszczamy:

- jeden bok pierwszego trójkąta jako licznik,
- **powiązany bok** drugiego trójkąta jako mianownik.

Zapisujemy równość trzech ilorazów:

$$\frac{DE}{DF} = \frac{DH}{DG} = \frac{EH}{FG}$$



VISIT MATH
Przykład



Dofinansowane przez
Unię Europejską

W powyższym układzie założmy, że znamy długości następujących odcinków:

$$DE = 8\text{cm}$$

$$DF = 12\text{cm}$$

$$DH = 4\text{cm}$$

Chcemy znaleźć długość DG.

Korzystając z twierdzenia Talesa, możemy napisać:

$$\frac{DE}{DF} = \frac{DH}{DG} = \frac{EH}{FG}$$

Zastąpmy je teraz znanymi wartościami:

$$\frac{8}{12} = \frac{4}{DG}$$

Rozwiązując to równanie proporcjonalności, możemy obliczyć wartość DG.

Z powodzeniem wykorzystaliśmy twierdzenie Talesa do rozwiązania problemu geometrycznego.

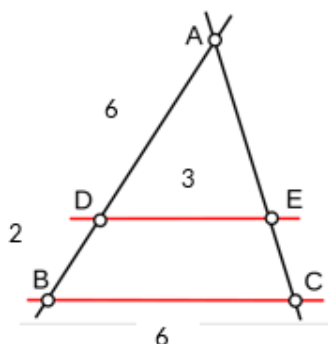
$$DG = \frac{4 \cdot 12}{8} = 6 \text{ cm}$$

Jak sprawdzić równoległość dwóch linii

Aby sprawdzić, czy dwie proste są równoległe, czy nie, wykorzystujemy odwrotność twierdzenia Talesa.

Przykład :

Aby wykazać, że (BC) i (DE) są równoległe, obliczamy wartości dwóch ilorazów: $\frac{AD}{AB}$ i $\frac{DE}{BC}$.



$$\frac{AD}{AB} = \frac{6}{6+2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

Oba ilorazy są równe, tak więc, zgodnie z odwrotnością twierdzenia Talesa, proste (DE) i (BC) są równoległe.

Krok 3: Praca domowa i wskazówki do dalszej pracy

Twierdzenie Talesa można wykorzystać do pomiaru wielu rzeczy w szkole lub w środowisku ucznia!

Oto pierwsze ćwiczenie, w którym można zastosować to twierdzenie.

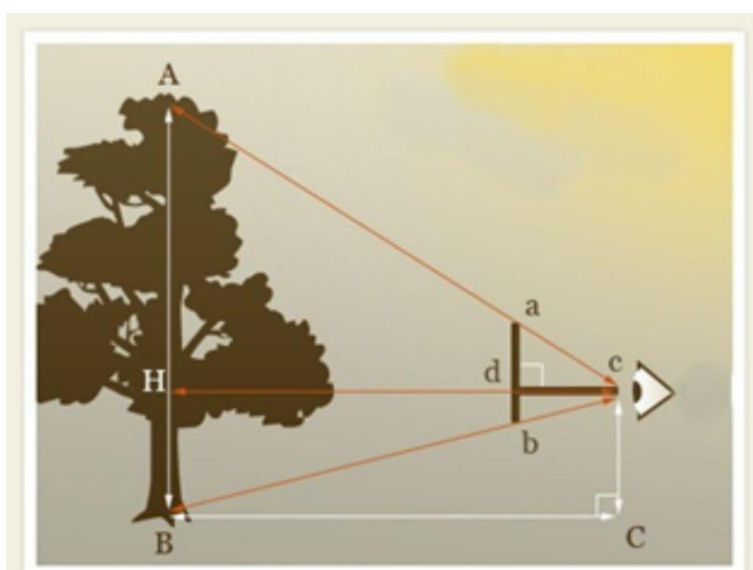
Ćwiczenie

Do oszacowania wysokości drzewa użyjemy metody zwanej krzyżem drwala, opartej na twierdzeniu Talesa.

Metoda ta może być również wykorzystana do oszacowania dowolnej niedostępnej wysokości.

Metoda ta wymaga utworzonego przez dwa patyki o tej samej długości.

Rozważmy drzewo o wysokości AB w odległości BC od obserwatora.



Weź dwa kije tego samego rozmiaru (na przykład 20 cm) i proste ($ab=cd$)

Umieść pierwszy kij poziomo (równoległe do podłoża). Umieść drugi kij prostopadle do pierwszego.

Następnie stań przodem do drzewa w odległości zbliżonej do jego wysokości.

Następnie przesuń się do przodu lub do tyłu i przesuń pionowy drążek, aby ustawić go w linii:

- podnóże drzewa, dolna część pionowego drążka i oko na tej samej linii (cB)
- wierzchołek drzewa, wierzchołek pionowego drążka i oko na tej samej linii (cA).

Gdy dwa końce drzewa będą odpowiadać końcom pionowego drążka, zmierz odległość dzielącą Cię od drzewa BC.

⇒ **Wysokość drzewa AB jest równa odległości BC.**

Dlaczego?

Proste (ab) i (AB) są równoległe ze względu na położenie, więc możemy użyć twierdzenia Talesa.

W trójkącie ABc twierdzenie Talesa można zapisać następująco:

$$\frac{ca}{cA} = \frac{ab}{AB}$$

Możemy również zapisać twierdzenie Talesa dla trójkąta cHA:

$$\frac{cd}{cH} = \frac{ca}{cA}$$

Stąd:

$$\frac{cd}{cH} = \frac{ab}{AB}$$

Pamiętaj, że oba drążki są tej samej długości, **ab = dc**.

Ponieważ [cH] jest prostopadłe do [AB], a obserwator stoi pionowo, to:

$$cH = BC.$$

To oznacza, że:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{ab}{BC}$$

$$\Rightarrow AB = BC$$

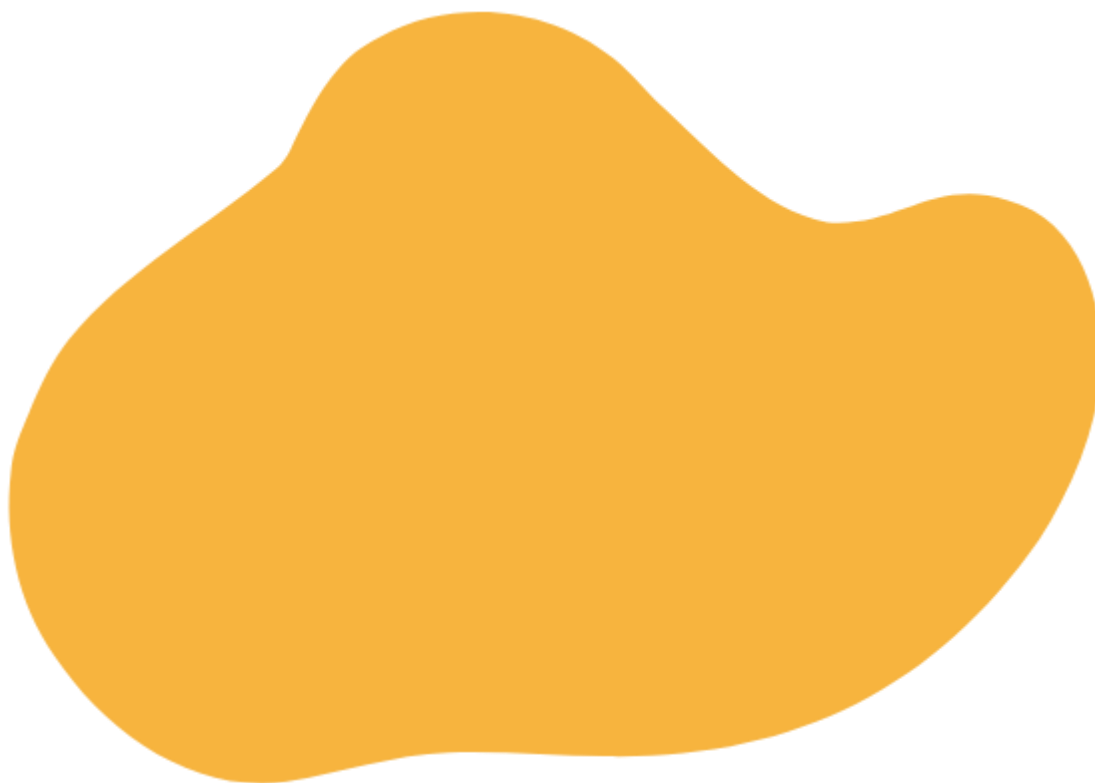
Stąd, używając twierdzenia Talesa i tak zwanej metody "krzyża drwala", wysokość drzewa jest równa odległości tego drzewa od obserwatora.

Teraz, dzięki twierdzeniu Talesa, baw się dobrze, mierząc wysokość swojej szkoły, mostu w mieście, pomnika...

Te filmy mogą uzupełnić sekwencję:

<https://www.youtube.com/watch?v=EOBMCvDMo4M>

https://www.youtube.com/watch?v=u_bpbsFZqAA



Sfinansowane ze środków UE. Wyrażone poglądy i opinie są
jedynie opiniami autora lub autorów i niekoniecznie
odzwierciedlają poglądy i opinie Unii Europejskiej lub Europejskiej
Agencji Wykonawczej ds. Edukacji i Kultury (EACEA). Unia
Europejska ani EACEA nie ponoszą za nie odpowiedzialności.

Kod projektu: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Aby dowiedzieć się więcej o projekcie VisitMath, odwiedź:

<https://visitmath.eu>

Ta praca jest dostępna na licencji Creative Commons Attribution-
NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License
(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

