

Statystyka i prawdopodobieństwo

Tytuł	Statystyka
Cele kształcenia	Podstawowe słownictwo związane ze statystyką i prawdopodobieństwem
Grupa wiekowa	10-14 lat (można dostosować w innych państwach)
Czas trwania	1h
Zadania	Umiejętność oszacowania wyniku doświadczenia losowego
Powiązane wycieczki	Amiens, Lille, Lucca, Pisa

Uczeń powinien znać:

Podstawowe działania, ułamki zwykłe.

Krok po kroku:

Krok 1: Wstęp

Kilka krótkich informacji historycznych

Chociaż pojęcie statystyki wydaje się dość łatwe do zrozumienia – odnosi się do przekształcania liczb w coś znaczącego – jest całkiem nowe. Rzeczywiście, matematyczne pojęcie „statystyka” narodziło się w XVIII wieku, aby określić sposób liczenia istotnych elementów wojny: populacji, ilości broni, produkcji żywności itp. Liczby te następnie zbadano i porównano z liczbami wyników z poprzednich miesięcy lub lat, aby uzyskać obiektywną informację zwrotną na temat zamożności kraju. W dzisiejszych czasach elementy statystyki można znaleźć wszędzie: średnią ocen ze sprawdzianu, liczbę „polubień” pod postem w mediach społecznościowych, rozkład temperatur w danym kraju itp.

Prawdopodobieństwo badano nieco wcześniej – w XVII wieku, gdy europejscy matematycy dyskutowali o szansach wygrania w grze losowej, takiej jak kości.

Związki historii z zagadnieniami matematycznymi

Prawdopodobieństwo jest ściśle powiązane ze statystyką, ponieważ można je wykorzystać do określenia, czy dana seria liczb jest „prawdopodobna”, czy nie. Kiedy XVII-wieczni matematycy badali prawdopodobieństwo rzucenia kostką w celu znalezienia określonej liczby, uznali, że wszystkie oczka mają równe szanse na wyrzucenie. O ile wyrzucenie czterech szóstek z rzędu nie jest prawdopodobne (1 szansa na 1296), to statystyki potwierdzą, że może się to zdarzyć.

Te tematy matematyczne są ściśle powiązane z procentami: z jednej strony użytkownik ma na celu ustalenie, która część populacji podlega określonej regule. Z drugiej strony użytkownik chce wiedzieć, jakie są szanse na znalezienie wyniku, którego się spodziewa – lub czego można się spodziewać.

Umiejętność zrozumienia statystyki i prawdopodobieństwa jest również ważna dla rozwoju krytycznego myślenia – czy z grubsza sprawdzić, czy wynik równania jest poprawny, czy też zrozumieć wszystkie dane, które spotykamy każdego dnia!

Krok 2: Ćwiczenia

Statystyka

Aby nadać znaczenie liczbom, które można znaleźć w statystykach, stworzono kilka narzędzi. Można na przykład znaleźć średni wynik serii wyników, obliczyć wzrost lub spadek trendu itp.

Dominanta

Pierwszą rzeczą, jaką możemy zrobić ze statystyką, jest porównanie liczb, innymi słowy sprawdzenie odsetka wspólnego zjawiska pomiędzy dwiema (lub większą liczbą) grup. Grupy nie muszą być tej samej wielkości, ale badane kryteria muszą być dokładnie takie same, na przykład w poniższych tabelach:

Klasa A	35
Chłopcy	17
Dziewczeta	18

Klasa B	23
Chłopcy	12
Dziewczęta	11

W klasie A jest więcej chłopców niż w klasie B, jednak w klasie B jest większy odsetek chłopców niż w klasie A.

Statystyki pomagają również pokazać ewolucję, aby śledzić dane z przeszłości.

Klasa A 2022	35
Chłopcy	17
Dziewczęta	18

Klasa A 2023	34
Chłopcy	13
Dziewczęta	21

W tabelach tych ogólna liczba uczniów w klasie A nieznacznie się zmniejszyła, ale odsetek dziewcząt w klasie znacznie wzrósł.

Zastosowanie

Porównaj odsetek zarejestrowanych członków we wszystkich dyscyplinach sportowych wymienionych poniżej w ciągu tych dwóch lat. Całkowita liczba członków spadła w ciągu dwóch lat. **Który klub stracił największą część swoich członków? Jaki jest odsetek członków w każdej dyscyplinie sportowej?**

Całkowita liczba członków w 2022 roku	185
Członkowie klubu piłkarskiego	56
Członkowie klubu tenisowego	65
Członkowie klubu karate	34
Członkowie klubu gimnastycznego	30

Całkowita liczba członków w 2023 roku	168
Członkowie klubu piłkarskiego	50
Członkowie klubu tenisowego	58
Członkowie klubu karate	31
Członkowie klubu gimnastycznego	29

Średnia

Średnia to suma wszystkich liczb określonych danych podzielona przez liczbę wystąpień. Jeśli skorzystalibyśmy z danych z przykładów, moglibyśmy obliczyć średnią liczbę chłopców i dziewcząt w ciągu dwóch lat.

Liczba chłopców: $(17+13)/2 = 30/2 = 15$

W klasie A było średnio 15 chłopców.

Liczba dziewcząt: $(18+21)/2 = 39/2 = 19,5$

W klasie A było średnio 19,5 dziewcząt.

Średnią wykorzystuje się do sprawdzenia, czy uczeń zdobył w roku szkolnym wystarczającą liczbę punktów, aby zaliczyć egzamin lub do porównania w celu wykrycia niepowodzeń.

Mediana

Mediana odpowiada wartości liczby znajdującej się w środku szeregu. Bardzo często porównuje się medianę z wartością minimalną i maksymalną szeregu, aby odkryć, do której wartości jest ona bliższa. Jest to bardziej interesujące w przypadku analizy większych danych niż to, co zrobiliśmy w poprzednim przykładzie.

Przyjrzyjmy się liczbie braci i siostr dzieci w klasie A.

Bracia i siostry	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	6	14	10	3	2

Aby obliczyć medianę liczby braci i sióstr uczniów klasy A, należy najpierw policzyć całkowitą liczbę uczniów: 35. Następnie znaleźć medianę liczby 35, która wynosi: $35/2 = 17,5$, zaokrąglone do 18.

Jest 6 uczniów, którzy nie mają brata ani siostry, 14 uczniów ma jednego, 10 uczniów ma dwójkę, 3 uczniów ma troje i 2 uczniów ma czwórkę. Aby jak najlepiej to zwizualizować, możesz przedstawić uczniów w następujący sposób:

0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4

Następnie musimy znaleźć 18. ucznia w powyższej tabeli: 18. uczeń ma 1 brata lub siostrę.

Tak to wygląda na poprzedniej wizualizacji:

0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4

Średnia liczba rodzeństwa uczniów w klasie A wynosi 1.

Średnia liczba rodzeństwa uczniów w tej klasie będzie wynosić:

$$(6 \times 0 + 14 \times 1 + 10 \times 2 + 3 \times 3 + 2 \times 4) / 35 = 51 / 35 \text{ lub } 1,46.$$

W tym przykładzie średnia liczba braci i sióstr jest nieco wyższa niż 1.

Kwartyle

Tak jak mediana wskazuje środkową wartość próby uczniów, tak kwartyle o pierwszą i trzecią ćwiartkę próby. Są one zapisane Q1 i Q3.

Aby je obliczyć, należy liczbę wskazań podzielić przez 4.

W przypadku klasy A oznacza to $35/4 = 8,75$, zaokrąglone w górę do 9. Zatem Q1 to liczba braci i sióstr dziewiątego ucznia.

Q3 to trzykrotność Q1: $8,75 \times 3 = 26,25$ zaokrąglone w dół do 26. W tej klasie Q3 odpowiada 26. uczniowi.

Dziewiąty uczeń ma 1 brata lub siostrę. W naszym przykładzie Q1 jest równe 1, a zatem jest równe medianie.

26. uczeń ma 2 braci lub siostry. W naszym przykładzie Q3 jest równe 2.

Można to zwizualizować w następujący sposób:

0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4

Zastosowanie

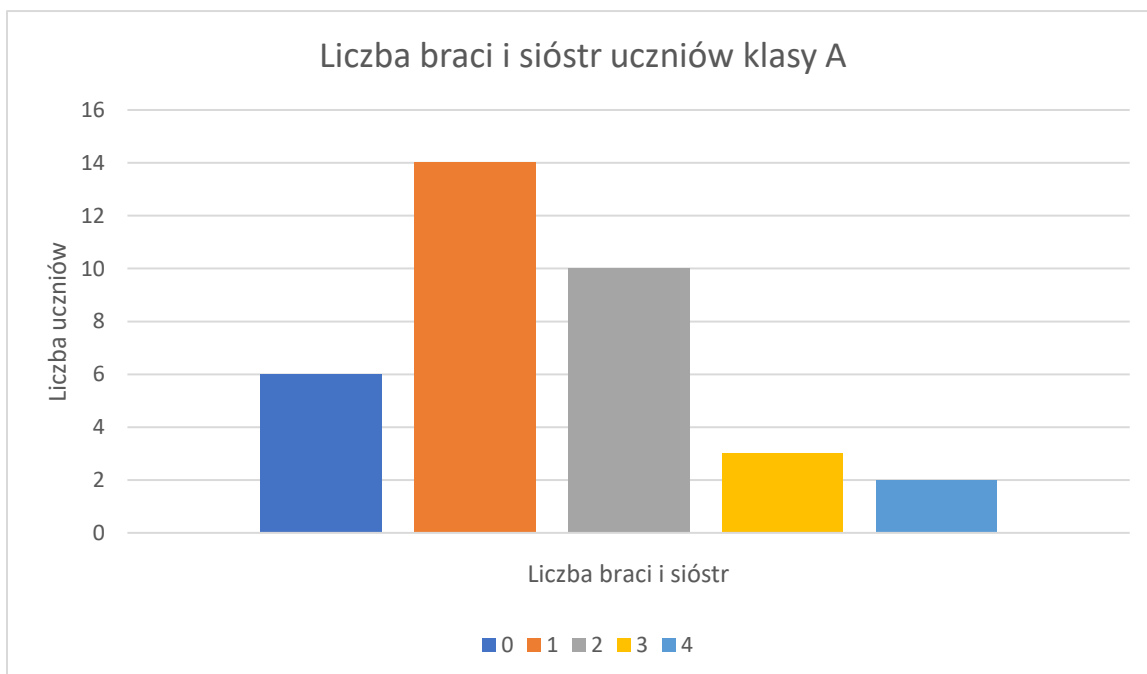
Poniższa tabela pokazuje, ile dni w tygodniu każdy uczeń spożywa posiłki w szkole.

Podaj średnią liczbę posiłków spożywanych przez ucznia w szkole oraz medianę i kwartyle.

Dzień	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	12	3	5	4	1	10

Wykresy

Aby jak najlepiej przedstawić statystyki, możesz uporządkować je w formie wykresów.



Aby stworzyć czytelny wykres, trzeba przestrzegać kilku zasad.

1. Zachowaj przejrzystość (jeśli to możliwe, użyj kolorów, rozłóż dane i upewnij się, że są wystarczająco duże)
2. Bądź precyzyjny (ustaw skalę, w której chcesz pokazać swoje dane i trzymaj się jej)
3. Zwerbalizuj (dodaj tytuł do wykresu i podpisy, aby wskazać, co reprezentuje każda część wykresu).

Istnieje wiele sposobów tworzenia wykresów: wykresy słupkowe (jak ten powyżej), histogramy, wykresy kołowe, wykresy punktowe itp. Wybierz ten, który najlepiej prezentuje elementy, które chcesz wyróżnić!

Prawdopodobieństwo

Prawdopodobieństwo jest wyrazem szans na osiągnięcie określonego wyniku.

Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe stosunkowi liczby elementów A do całkowitej liczby możliwych wyników. Rozważmy klasę A z poprzedniego przykładu, w której uczy się 35 uczniów: gdybyśmy wybrali losowo jednego ucznia, wówczas każdy uczeń miałby $1/35$ (0,03) szansy, że zostanie wybrany. Oznacza to oczywiście, że wszystkie kwestie mają taką samą szansę zaistnienia: nie byłoby sposobu, aby z wyprzedzeniem dowiedzieć się, którego ucznia wybierzemy.

Niektóre wyniki lepiej jest przedstawić w procentach. Na przykład w klasie A mielibyśmy:

- Szansa $6/35$ na wybranie ucznia bez rodzeństwa (szansa 0,17)
- Szansa $14/35$ na wybranie ucznia z jednym bratem lub siostrą (szansa 0,4)
- Szansa $10/35$ na wybranie ucznia z dwójką (szansa 0,285)
- $3/35$ szansy na wybranie ucznia z trójką (szansa 0,085)
- $2/35$ szansy na wybranie ucznia z czterema (szansa 0,06)

Suma zawsze musi być równa 1. Rzeczywiście, szansa na wybranie ucznia z klasy A wynosi $1/1$.

Krok 3: Praca domowa i wskazówki do dalszej pracy

Test

Oto oceny uzyskane przez kilku uczniów w teście ze statystyki. Ocena maksymalna to 20.

15	16	8	10	20	19	17	14	14	15	18	20	7	10	15	14	12	11	17
----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

Jaka jest średnia ocen w klasie? Jaka jest mediana? Co to są Q1 i Q3?

Loteria

Dzisiaj dzień loterii! Chociaż nie wolno udostępniać tych informacji, jeden z organizatorów pokazał Ci nagrody w postaci biletów.

0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €
0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	1 €
1 €	1 €	1 €	1 €	1 €	1 €	2 €	2 €	2 €	2 €
2 €	3 €	3 €	3 €	3 €	4 €	5 €	6 €	8 €	10 €

Zakup biletu kosztuje 2€. Jakiek są szanse na zwrot pieniędzy za zakup? Jakiek są szanse na faktyczne wygranie pieniędzy?

Korzystając z informacji zawartych powyżej, jaki jest średni zysk? Jaka jest mediana zysku? Czy te liczby są wyższe czy niższe od ceny biletu? Co możesz zauważyć?

Drużyny piłkarskie

Poniższa tabela pokazuje, ile tytułów mistrzowskich zdobyła każda z tych drużyn piłkarskich. Utwórz wykres pokazujący odsetek drużyn, które zdobyły tę samą liczbę tytułów.

Awesome Team	Cool Team	Great Team	Nice Team	Splendid Team	Soccer Team	Absolute Team
3	2	5	3	2	1	1

Meh Team	Yes Team	Goal Team	Defence Team	Super Team	Shady Team	Easy Team
3	4	1	1	2	8	2

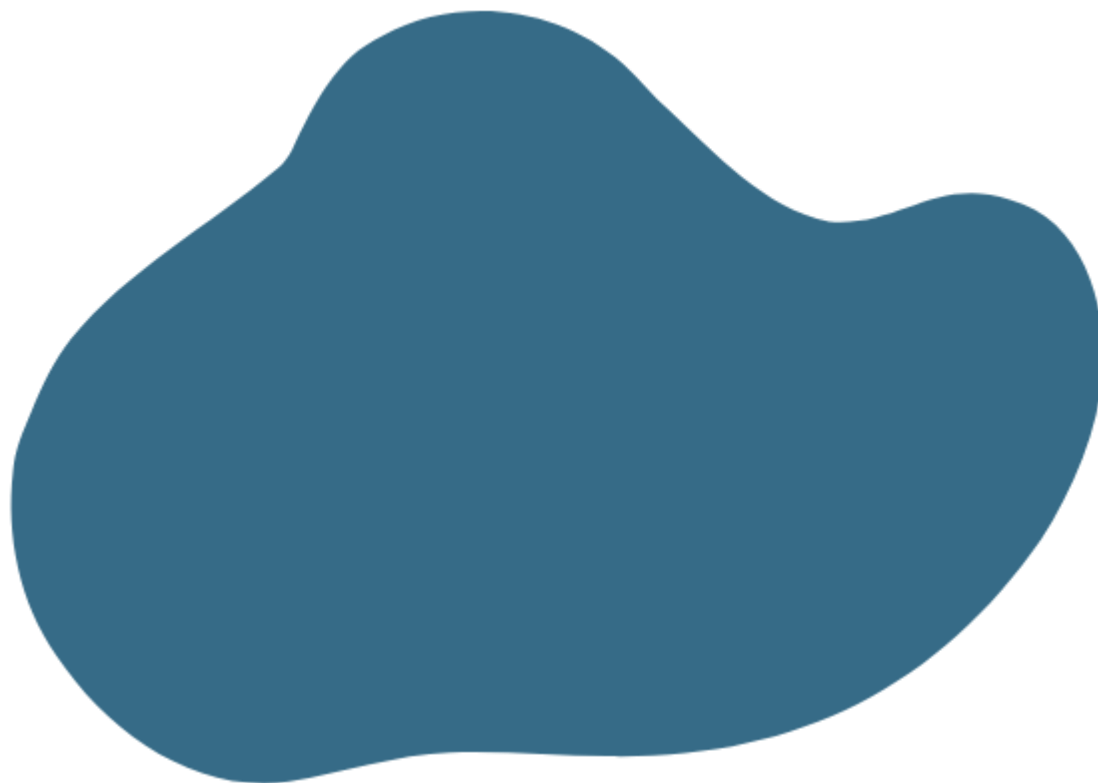
Jaka jest średnia liczba tytułów zdobytych przez te drużyny? Jaka jest mediana?

Założmy, że drużyny, które zdobyły tę samą liczbę tytułów, nie mogą grać przeciwko sobie. Jakie byłyby szanse, że Cool Team zmierzy się z Yes Team? Jakie byłyby szanse, że Absolute Team zmierzy się z Awesome Team?

Bibliografia

Porter, T.M. (2023). *Probability and Statistics*. Britannica.

<https://www.britannica.com/science/probability>



Sfinansowane ze środków UE. Wyrażone poglądy i opinie są jedynie opiniami autora lub autorów i niekoniecznie odzwierciedlają poglądy i opinie Unii Europejskiej lub Europejskiej Agencji Wykonawczej ds. Edukacji i Kultury (EACEA). Unia Europejska ani EACEA nie ponoszą za nie odpowiedzialności.

Kod projektu: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Aby dowiedzieć się więcej o projekcie VisitMath, odwiedź:

<https://visitmath.eu>

Ta praca jest dostępna na licencji Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

