

Twierdzenie Pitagorasa

Temat	Geometria
Cele kształcenia	Wykorzystanie twierdzenia Pitagorasa na różne sposoby.
Grupa wiekowa	12-16 lat (do dostosowania w każdym kraju)
Czas trwania	45 minut
Zadania	Odkryj Pitagorasa i zastosowania jego twierdzenia.
Powiązane wycieczki	MONTAUBAN - AGEN

Wymagana znajomość

Podstawowych pojęć geometrii
Długości i pomiarów
Dodawania i odejmowania
Podnoszenia liczb do kwadratu
Pierwiastka kwadratowego
Definicji i własności trójkątów
Stosowania wzorów geometrycznych

Krok po kroku:

Krok 1: Pitagoras i jego twierdzenie

Trochę historii

Definicja twierdzenia Pitagorasa:

Życie i twórczość Pitagorasa nie są dobrze znane. Urodził się w VI wieku p.n.e. na Samos, wyspie na Morzu Egejskim. Po długiej podróży inicjacyjnej udał się na wygnanie do Krotonu, na południe od dzisiejszych Włoch. Tam założył szkołę, która narzuciła surowe zasady życia i przybrała formę wpływowego bractwa. Pitagoreizm to ruch filozoficzny, religijny i moralny, ale także polityczny. Mówi się, że Cylon, jeden z

przeciwników Pitagorasa, poprowadził bunt przeciwko niemu, zapowiadając koniec szkoły i rozpraszając zwolenników mistrza.

Pitagoras bardzo wcześnie stał się postacią legendarną.

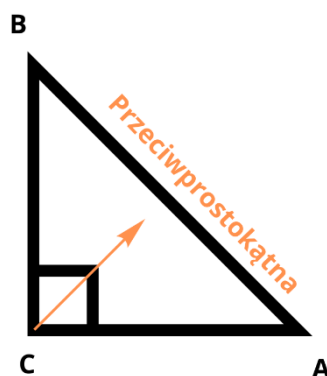
Zanim skupimy się na definicji twierdzenia, należy najpierw przypomnieć sobie, czym jest trójkąt prostokątny. Ponieważ twierdzenie Pitagorasa ma zastosowanie tylko do tego typu figur geometrycznych.

Trójkąt prostokątny:

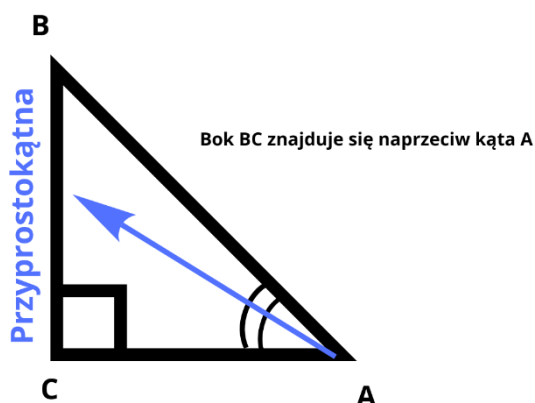
Trójkąt prostokątny to trójkąt, który zawiera kąt prosty, czyli kąt 90° .

Poszczególne boki trójkąta mają określone nazwy:

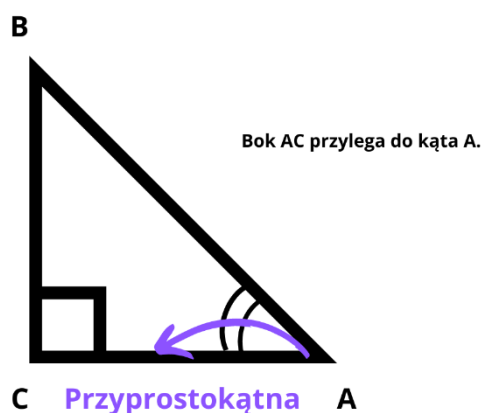
- Przeciwprostokątna to bok przeciwległy do kąta prostego (90°). Jest to najdłuższy z trzech boków.



- Przyprostokątna to jeden z boków, który tworzy kąt prosty, ale jest przeciwległy do jednego z dwóch pozostałych kątów ostrych.



- Druga przyprostokątna jest jednym z boków kąta ostrego, a nie przeciwprostokątną.



W przypadku twierdzenia Pitagorasa głównym elementem jest przeciwprostokątna.

Twierdzenie Pitagorasa:

Twierdzenie Pitagorasa jest następujące:

Jeżeli trójkąt jest prostokątny, to kwadrat długości przeciwprostokątnej jest równy sumie kwadratów długości przyprostokątnych.

Można to podsumować następującym wzorem:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

gdzie a, b i c oznaczają długości boków trójkąta prostokątnego.

Twierdzenie to pozwala obliczyć długość jednego boku trójkąta prostokątnego, gdy znane są długości dwóch innych boków.

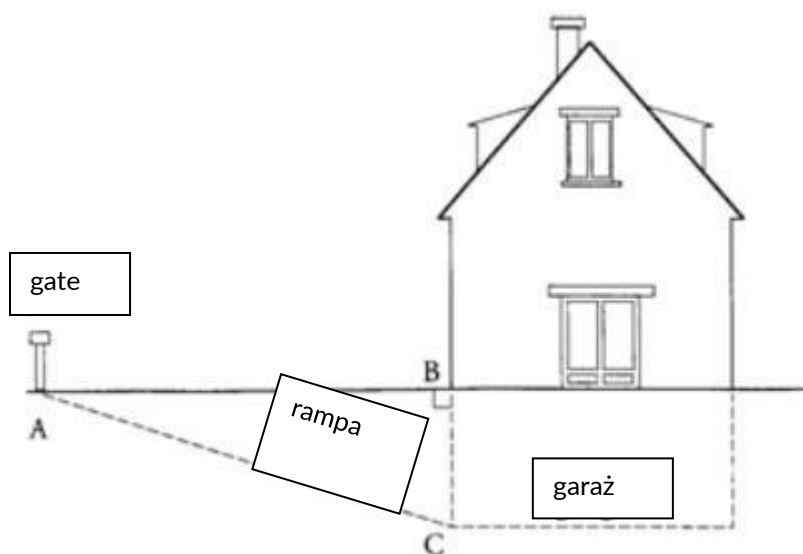
Krok 2: Ćwiczenia

Przykład ćwiczenia do wykonania w celu zrozumienia związku między twierdzeniem Pitagorasa a życiem codziennym

Aby uczynić ćwiczenia bardziej konkretnymi, można odnieść je na przykład do rzeczywistych sytuacji:

Louis mieszka w domu z garażem 2,25 m pod ziemią. Aby się tam dostać, Louis musi pokonać rampę o długości 10,25 m.

Jaka jest odległość między bramą a wejściem do jego domu?



Oblicz jeden bok trójkąta prostokątnego za pomocą wzoru na twierdzenie Pitagorasa.

Przykład

Spójrzmy na trójkąt prostokątny, którego jeden bok ma długość 6 cm, a przeciwprostokątna ma długość 10 cm.

Czy można obliczyć długość trzeciego boku?

Niech "a" będzie długością tego boku.

Do obliczeń użyj wzoru z twierdzenia.

$$10^2 = a^2 + 6^2$$

$$100 = a^2 + 36$$

$$a^2 = 100 - 36$$

$$a^2 = 64$$

$$a = 8$$



Dofinansowane przez
Unię Europejską

Sprawdzanie, czy trójkąt jest rzeczywiście trójkątem prostokątnym.

Ponieważ twierdzenie Pitagorasa odnosi się tylko do trójkąta prostokątnego, możemy je użyć do sprawdzenia. Nazywamy to **wzajemnością** trójkąta, czyli sprawdzeniem, czy jest to rzeczywiście trójkąt prostokątny.

Odwrotność twierdzenia Pitagorasa mówi, że jeżeli liczby a, b, c będące długościami boków trójkąta (gdzie c to długość najdłuższego z boków) spełniają warunek $a^2 + b^2 = c^2$, to trójkąt ten jest trójkątem prostokątnym

Ponieważ wiemy, że przeciwprostokątna jest najdłuższym bokiem, musimy dodać kwadraty dwóch najkrótszych długości i sprawdzić, czy suma ta jest równa kwadratowi najdłuższego boku (przeciwprostokątnej).

Przykład

Rozważmy trójkąt, którego długości wynoszą 3, 4 i 5.

Czy potrafisz udowodnić, że jest on lub nie jest trójkątem prostokątnym?

Aby udowodnić, że ten trójkąt jest trójkątem prostokątnym, musimy użyć odwrotności twierdzenia Pitagorasa.

Jeśli zastosujemy ten wzór, otrzymamy:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Przeanalizujmy te obliczenia:

$$9 + 16 = 5^2$$

$$25 = 5^2$$

$$25 = 25$$

Zatem, $3^2 + 4^2 = 5^2$, więc z odwrotności twierdzenia Pitagorasa wynika, że jest to trójkąt prostokątny.

Krok 3: Lina z 13 węzłami

Lina z trzynastoma węzłami była narzędziem używanym w starożytnym Egipcie.

Stanowiła ona niezbędne narzędzie dla budowniczych w średniowieczu, którzy używali jej do przekazywania instrukcji budowlanych, zrozumiałych dla robotników nieobeznanych z geometrią i obliczeniami. W ten sposób narzędzie to było wykorzystywane do przekazywania planów budowy pracownikom, ułatwiając w ten sposób realizację złożonych projektów architektonicznych.

Jest to lina z 13 węzłami, tworząca 12 odstępów o równej długości. Każdy węzeł działa jak znak na linii, wyznaczając przestrzeń między każdym centymetrem, podobnie jak znacznik na linijce. Należy zauważyć, że węzeł nie jest sam w sobie miarą długości, ale raczej odniesieniem, rodzajem podziałki na linie.



Taka lina wydaje się umożliwiać nauczanie wielu pojęć matematycznych.

Stymulujące narzędzie edukacyjne:

Zainteresowanie "liną z trzynastoma węzłami" wynika z wielu aspektów:

- motywacji zarówno nauczycieli, jak i uczniów, zaintrygowanych i zainteresowanych tym starożytnym narzędziem;
- możliwości połączenia wiedzy w przestrzeni rzeczywistej i modelowania za pomocą geometrii;
- ukryte rozróżnienie między rysunkiem a figurą ma fundamentalne znaczenie dla geometrii:

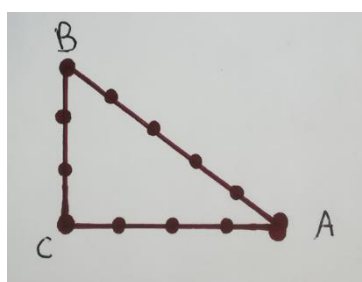
Możliwe są również inne rozwiązania, w szczególności rozwój wiedzy związanej z kołem.

Aspekt historyczny jest również niezbędny, ponieważ pozwala uczniom zrozumieć ewolucyjną ścieżkę budowania wiedzy, w szczególności na temat narzędzi dostępnych w populacji w danym momencie jej historii.

Lina z 13 węzłami jest narzędziem edukacyjnym, którego wielokrotne użycie pozwala uczniom poznać pojęcia:

- w dziedzinie geometrii jest potężnym narzędziem: figura płaska (trójkąt prosty, trójkąt równoramienny, trójkąt równoboczny, kwadrat, prostokąt, romb mogą być w szczególności urzeczywistnione przez cięciwę), figura w przestrzeni, wyrównanie, odcinek, linia, okrąg, ortogonalność, równoległość, wielokąt, symetria, środek.

Lina pozwala na wizualizację kwadratu lub rombu poprzez powtórzenie 4 identycznych liczb ($3+3+3+3$), prostokątów lub równoległoboków poprzez powtórzenie pary liczb ($1+5+1+5$ i $2+4+2+4$), trapezów równoramiennych poprzez tę samą liczbę w dwóch różnych miejscach ($1+3+5+3$ lub $2+3+2+5$), trójkąt równoboczny ($4+4+4$) lub trójkąt równoramienny ($2+5+5$), który ma pięć przedziałów na dwóch bokach i dwa przedziały na podstawie lub trójkąt prostokątny ($3+4+5$) z kątem prostym, a tym samym odkryć właściwości pozwalające nam rozróżnić figury między nimi.



Przykład dla trójkąta prostokątnego:

- w zakresie wielkości i pomiarów: długość, obwód, pole, istnienie wielokąta o danych wymiarach (nierówność trójkątna);
- w domenie cyfrowej: rozkład addytywny liczby 12, porównywanie liczb itp. Lina z 13 węzłami pozwala dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić bez obliczeń! Na przykład, złożenie liny tak, aby na każdym zagięciu znajdowały się cztery przedziały, pozwoli nam zaobserwować, że trzy zagięcia razy cztery przedziały = 12 przedziałów. Jest to również kolejny pretekst do pracy nad ułamkami.

Krok 4: Praca domowa i wskazówki do dalszej pracy

Przykładowe ćwiczenia do wykonania w celu zrozumienia związku pomiędzy liną z 13 węzłami a twierdzeniem Pitagorasa

Ogólne: Jak udowodnić twierdzenie Pitagorasa za pomocą liny z 13 węzłami?

Używamy liny z trzynastoma węzłami w równych odległościach, co daje dwanaście identycznych odstępów. Jedna osoba trzyma dwa węzły końcowe. Inna osoba trzyma czwarty węzeł, a jedna siódmy węzeł. Rozciągając linę, uzyskują idealny trójkąt prostokątny.

Dlaczego? Ponieważ jeden bok ma 3 jednostki miary (przedziały), drugi 4, a przeciwprostokątna ma 5 jednostek miary.

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Twierdzenie Pitagorasa jest potwierdzone: otrzymany trójkąt jest trójkątem prostokątnym z kątem prostym.

Przykładowe instrukcje:

1. Egipcjanie wiedzieli, jak sprawdzić, czy kąty są proste, za pomocą liny z 13 regularnie rozmieszczonymi węzłami. Wyjaśnij, dlaczego i w jaki sposób możemy sprawdzić, czy kąt jest prosty, używając liny z 13 węzłami.

2. Wyobraźmy sobie linę z 13 węzłami rozciągniętą między dwoma drzewami, tworzącą z ziemią trójkąt prostokątny. Jeśli cięciwa ma długość 15 jednostek, a jeden z boków przylegających do prawego rogu cięciwy ma długość 9 jednostek, to wyznacz długość boku przeciwległego do prawego rogu, korzystając z twierdzenia Pitagorasa.
3. Odkrywca porusza się przez dżunglę, używając 13-węzłowej liny jako przewodnika. Po przejściu 8 jednostek na wschód, a następnie 5 jednostek na północ, jak daleko przeszedł w linii prostej od punktu początkowego?

Ćwiczenia te pozwalają na zastosowanie twierdzenia Pitagorasa przy użyciu liny z 13 węzłami w różnych kontekstach. Możesz rozwiązywać te zadania określając boki trójkąta, stosując twierdzenie Pitagorasa i wykorzystując własności trójkątów prostokątnych.

Inne zadania do wykonania przez uczniów:

- utwórz trójkąt prostokątny
- utwórz trójkąt równoramienny
- utwórz trójkąt równoboczny
- utwórz kwadrat
- utwórz prostokąt

Sfinansowane ze środków UE. Wyrażone poglądy i opinie są
jedynie opiniami autora lub autorów i niekoniecznie
odzwierciedlają poglądy i opinie Unii Europejskiej lub Europejskiej
Agencji Wykonawczej ds. Edukacji i Kultury (EACEA). Unia
Europejska ani EACEA nie ponoszą za nie odpowiedzialności.

Kod projektu: 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Aby dowiedzieć się więcej o projekcie VisitMath, odwiedź:

<https://visitmath.eu>

Ta praca jest dostępna na licencji Creative Commons Attribution-
NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License
(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

