

Statistiques et probabilités

| | |
|----------------------------------|--|
| Sujet | Statistiques |
| Objectifs d'apprentissage | Vocabulaire de base des statistiques et des probabilités |
| Tranche d'âge | 10 à 14 ans (à adapter à chaque pays) |
| Durée estimée | 1 heure |
| Activités | Être capable d'estimer le résultat d'une opération aléatoire |
| Visites liées au sujet | Amiens, Lille, Lucca, Pise |

Connaissances antérieures requises

Opérations de base ; fractions.

Étape par étape : la séquence en classe

Étape 1 : Introduire le sujet

Brève présentation des éléments contextuels de cette séquence

Bien que les statistiques soient un concept qui semble assez facile à comprendre (il s'agit de transformer des chiffres en quelque chose qui a du sens) elles sont également assez récentes. En effet, ce concept mathématique est né au XVIII^e siècle pour qualifier la manière de compter les éléments pertinents lors de la guerre : la population, le nombre de canons, la production de nourriture, etc. Ces chiffres étaient ensuite étudiés et comparés à ceux des mois précédents ou des années précédentes pour donner un feedback objectif sur la richesse d'un pays.

De nos jours, les statistiques sont omniprésentes : la note moyenne d'un examen, le nombre de « j'aime » d'une publication sur les réseaux sociaux, l'évolution des températures dans un pays, etc.

Les probabilités, quant à elles, ont été étudiées un peu plus tôt, au cours du XVII^e siècle, lorsque des mathématiciens européens ont discuté des probabilités qu'un individu avait de gagner à un jeu de hasard, comme les jeux de dés.

Liens entre ces éléments et les mathématiques

Les probabilités sont étroitement liées aux statistiques, car elles peuvent être utilisées pour déterminer si une série de nombres donnée est « probable » ou non. Au XVII^e siècle, lorsque les mathématiciens ont étudié la probabilité qu'un individu avait de trouver un nombre spécifique en lançant un dé, ils considéraient que toutes les faces avaient une chance égale de sortir. Bien qu'il soit peu probable que quatre 6 sortent l'un à la suite de l'autre (1 chance sur 1296), les statistiques confirment que cela peut se produire.

Ces sujets mathématiques sont étroitement liés aux pourcentages. D'une part, l'utilisateur cherche à savoir quelle partie de la population relève d'une règle spécifique. D'autre part, l'utilisateur veut savoir quelles sont ses chances de trouver le résultat qu'il attend (ou le résultat auquel il faut s'attendre).

Il est également important de comprendre les statistiques et les probabilités pour développer notre esprit critique, que ce soit pour vérifier grossièrement si le résultat d'une équation est correct ou pour comprendre toutes les données que nous recevons chaque jour !

Étape 2 : Activités à réaliser en classe

Statistiques

Plusieurs outils ont été créés afin de donner un sens aux chiffres que l'on peut trouver dans les statistiques. Par exemple, nous pouvons trouver le résultat moyen d'une série de résultats, calculer l'augmentation ou la diminution d'une tendance, etc.

La première chose que l'on peut faire avec les statistiques est de comparer les chiffres, c'est-à-dire regarder le pourcentage d'un phénomène commun entre deux (ou plusieurs) groupes. Les groupes ne doivent pas nécessairement avoir la même taille, mais les critères étudiés doivent être exactement les mêmes.

Par exemple, dans les tableaux suivants :

| | |
|----------------|----|
| Total classe A | 35 |
| Garçons | 17 |
| Filles | 18 |

| | |
|----------------|----|
| Total classe B | 23 |
| Garçons | 12 |
| Filles | 11 |

Il y a plus de garçons dans la classe A que dans la classe B, mais la proportion de garçons dans la classe B est plus élevée que dans la classe A.

Les statistiques permettent également de montrer une évolution et de garder une trace des données du passé.

| | |
|---------------------|----|
| Total classe A 2022 | 35 |
| Garçons | 17 |
| Filles | 18 |

| | |
|---------------------|----|
| Total classe A 2023 | 34 |
| Garçons | 13 |
| Filles | 21 |

Dans ces tableaux, le nombre total d'élèves de la classe A a légèrement diminué, mais la proportion de filles dans la classe a largement augmenté.

Mise en pratique

Comparez la proportion de membres inscrits dans tous les clubs de sport énumérés ci-dessous entre les deux années. Le nombre total de membres a diminué entre les deux années. **Quel est le club qui a perdu la plus grande proportion de ses membres ? Quel est le club qui a perdu la plus petite proportion de ses membres ? Quelle est la proportion de membres dans chaque sport ?**

| | |
|---------------------------------|-----|
| Nombre total de membres en 2022 | 185 |
| Membres du club de football | 56 |
| Membres du club de tennis | 65 |
| Membres du club de karaté | 34 |
| Membres du club de gymnastique | 30 |

| | |
|---------------------------------|-----|
| Nombre total de membres en 2023 | 168 |
| Membres du club de football | 50 |
| Membres du club de tennis | 58 |
| Membres du club de karaté | 31 |
| Membres du club de gymnastique | 29 |

Moyenne

La moyenne est la somme de tous les nombres d'une donnée spécifique divisée par le nombre d'occurrences. Si nous utilisons les données des exemples de la section « Grandeur », nous pouvons calculer le nombre moyen de garçons et de filles dans la classe en deux ans.

Nombre de garçons : $(17+13)/2 = 30/2 = 15$

Il y avait en moyenne 15 garçons dans la classe A.

Nombre de filles : $(18+21)/2 = 39/2 = 19,5$

Il y avait en moyenne 19,5 filles dans la classe A.

La moyenne est utilisée pour savoir si un élève a obtenu suffisamment de points au cours d'une année scolaire pour réussir, ou pour découvrir des inégalités.

Médiane

La médiane correspond à la valeur du nombre au milieu de la série. La médiane est intéressante à comparer avec la valeur minimale et la valeur maximale d'une série afin de découvrir de quelle valeur elle est la plus proche. Ceci est d'autant plus intéressant lorsque l'on analyse de plus grandes données que dans l'exemple précédent.

Analysons le nombre de frères et sœurs qu'ont les enfants de la classe A.

| Frères et sœurs | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-----------------|---|----|----|---|---|
| Nombre d'élèves | 6 | 14 | 10 | 3 | 2 |

Pour trouver le nombre médian de frères et sœurs des élèves de la classe A, il faut d'abord compter le nombre total d'élèves : 35. Ensuite, il faut trouver la médiane de 35, c'est-à-dire : $35/2 = 17,5$ (arrondie à 18).

Il y a 6 élèves qui n'ont ni frère ni sœur, 14 élèves qui en ont un ou une, 10 élèves qui en ont deux, 3 élèves qui en ont trois et 2 élèves qui en ont quatre. Pour mieux visualiser cette situation, vous pouvez représenter les données comme ceci :

0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4

Ensuite, nous devons trouver le 18^e élève dans la série ci-dessus : le 18^e élève a un frère ou une sœur.

Voici à quoi cela ressemble dans la série ci-dessus :

0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4

Le nombre médian de frères et sœurs pour les élèves de la classe A est de 1.

Le nombre moyen de frères et sœurs pour les élèves de cette classe serait : $(6 \times 0 + 14 \times 1 + 10 \times 2 + 3 \times 3 + 2 \times 4) / 35 = 51/35$ ou 1,46.

Le nombre moyen de frères et sœurs est légèrement supérieur à 1 dans cet exemple.

Quartile

Tout comme la médiane s'intéresse à la valeur centrale de l'échantillon d'élèves, les quartiles s'intéressent aux premier et troisième quarts de l'échantillon. Ils sont notés Q_1 et Q_3 .

Pour les calculer, il suffit de diviser le nombre de sujets par 4.

Dans le cas de la classe A, cela donne : $35/4 = 8,75$ (arrondi à 9). Par conséquent, Q_1 est le nombre de frères et sœurs du 9^e élève.

Q_3 vaut trois fois Q_1 : $8,75 \times 3 = 26,25$ (arrondi à 26). Dans cette classe, Q_3 correspond au 26^e élève.

Le 9^e élève a un frère ou une sœur. Q_1 est égal à 1 dans notre exemple et est donc égal à la médiane.

Le 26^e élève a 2 frères ou sœurs. Dans notre exemple, Q_3 est égal à 2.

Ceci peut être visualisé de la manière suivante :

0 0 0 0 0 1 1 **1** 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 **2** 2 2 2 2 3 3 3 4 4

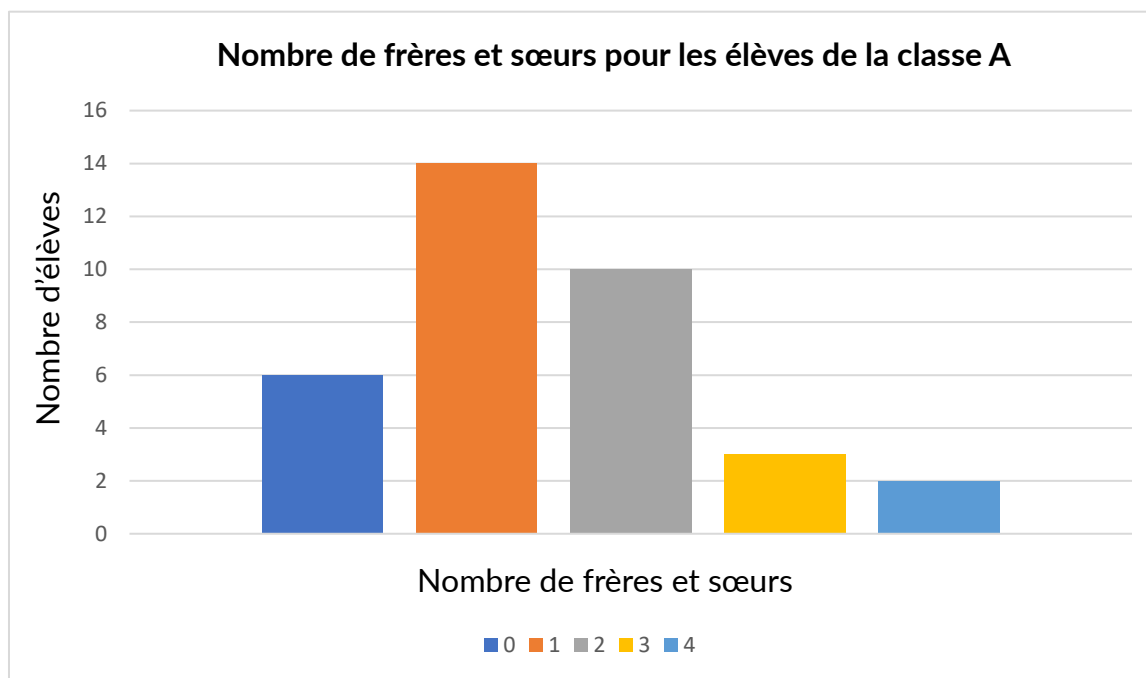
Mise en pratique

Le tableau suivant indique combien de jours par semaine chaque élève mange à l'école. **Trouvez le nombre moyen de fois qu'un élève mange à l'école, ainsi que la médiane et les quartiles.**

| Nombre de jours | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|----|---|---|---|---|----|
| Nombre d'élèves | 12 | 3 | 5 | 4 | 1 | 10 |

Graphiques

Afin de mieux visualiser vos statistiques, vous pouvez les organiser sous forme de graphique.



Pour créer un bon graphique, il faut respecter quelques règles.

1. Soyez clair (utilisez des couleurs si possible, espacez vos données et veillez à ce que la police soit suffisamment grande) ;
2. Soyez précis (fixez une échelle pour présenter vos données et respectez-la) ;
3. Verbalisez (ajoutez un titre à votre graphique et des légendes pour indiquer ce que chaque partie de votre graphique représente).

Il existe de nombreuses façons de créer des graphiques : diagrammes à barres (comme le graphique ci-dessus), histogrammes, diagrammes circulaires, nuages de points, etc. Choisissez celui qui met le mieux en valeur les éléments que vous souhaitez faire ressortir !

Probabilité

La probabilité est l'expression des chances d'aboutir à un résultat spécifique. La probabilité d'un événement A est égale au rapport entre le nombre d'éléments de A et le nombre total de résultats possibles. Prenons la classe A de l'exemple précédent qui compte 35 élèves : si nous devons choisir un élève au hasard, chaque élève aurait 1

chance sur 35 (0,03 %) d'être choisi. Bien entendu, cela signifie que tous les résultats ont la même chance de se produire : il n'y aurait aucun moyen de savoir à l'avance quel élève nous sommes sur le point de sélectionner.

Il est également préférable de présenter certains résultats sous forme de pourcentages. Par exemple, dans la classe A, nous aurions :

- 6 chances sur 35 de choisir un élève qui est enfant unique (0,17 % de chance) ;
- 14 chances sur 35 de choisir un élève qui a un frère ou une sœur (0,4 % de chance) ;
- 10 chances sur 35 de choisir un élève qui a deux frères/sœurs (0,285 % de chance) ;
- 3 chances sur 35 de choisir un élève qui a trois frères/sœurs (0,085 % de chance) ;
- 2 chances sur 35 de choisir un élève qui a quatre frères/sœurs (0,06 % de chance) ;

Le total doit toujours être égal à 1. En effet, il y a 1 chance sur 1 de choisir un élève dans la classe A.

Étape 3 : Devoirs et idées de développement

Le contrôle de mathématiques

Voici les notes obtenues par plusieurs élèves à un contrôle sur les statistiques. Les notes sont données sur 20.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|
| 15 | 16 | 8 | 10 | 20 | 19 | 17 | 14 | 14 | 15 | 18 | 20 | 7 | 10 | 15 | 14 | 12 | 11 | 17 |
|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|

Quelle est la note moyenne de la classe ?

Quelle est la médiane ?

Que valent Q_1 et Q_3 ?

Le loto

Aujourd'hui, c'est le jour du loto ! Bien qu'il ne soit pas autorisé à partager l'information, l'un des organisateurs vous a montré les gains des billets.

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € |
| 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 0 € | 1 € |
| 1 € | 1 € | 1 € | 1 € | 1 € | 1 € | 2 € | 2 € | 2 € | 2 € |
| 2 € | 3 € | 3 € | 3 € | 3 € | 4 € | 5 € | 6 € | 8 € | 10 € |

Un billet coûte 2 €. Quelles sont vos chances de pouvoir rembourser votre achat ? Quelles sont vos chances de gagner de l'argent ?

En utilisant les informations ci-dessus, quel est le gain moyen ? Quel est le gain médian ? Ces chiffres sont-ils supérieurs ou inférieurs au prix d'un billet ? Que pouvez-vous en déduire ?



Image 1 Pixabay

Les équipes de football

Le tableau suivant indique le nombre de titres de championnat remportés par chacune de ces équipes de football. Créez un graphique montrant la proportion d'équipes ayant remporté le même nombre de titres.

| Équipe Géniale | Équipe Cool | Équipe Incroyable | Équipe Sympa | Équipe Splendide | Équipe Foot | Équipe Véritable |
|----------------|-------------|-------------------|----------------|------------------|---------------|------------------|
| 3 | 2 | 5 | 3 | 2 | 1 | 1 |
| Équipe Bof | Équipe Oui | Équipe But | Équipe Défense | Équipe Super | Équipe Louche | Équipe Facile |
| 3 | 4 | 1 | 1 | 2 | 8 | 2 |

Quel est le nombre moyen de titres remportés par ces équipes ?

Quelle est la médiane ?

Supposons que les équipes qui ont remporté le même nombre de titres ne puissent pas jouer l'une contre l'autre. Quelle serait la probabilité que l'équipe « Cool » affronte l'équipe « Oui » ?

Quelle serait la probabilité que l'équipe « Véritable » affronte l'équipe « Géniale » ?



Image 2 Pixabay

Références

Porter, T.M. (2023). *Probability and Statistics*. Britannica.

<https://www.britannica.com/science/probability>

Ce projet a été financé avec le soutien de la Commission européenne. Cette publication ne reflète que les opinions de son auteur, et la Commission ne peut être tenue responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations qu'elle contient.

Code du projet : 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Pour en savoir plus sur Visit Math, rendez-vous sur le site

Web du projet : <https://visitmath.eu>

Ce travail est soumis à la licence internationale Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

