Cofinancé par l'Union européenne

Le théorème de Thalès

Sujet	Géométrie.
Objectifs d'apprentissage	Utiliser le théorème de Thalès de différentes façons.
Tranche d'âge	12 à 16 ans (à adapter à chaque pays).
Durée estimée	45 min.
Activités	Découvrir Thalès et l'application de son théorème.
Visites associées	Agen, Montauban, Gand, Lille.

Connaissances préalables requises

- Connaître les concepts de base de la géométrie, tels que les points, les lignes, les segments, les rayons, les angles, etc.
- Connaître les propriétés des triangles.
- Comprendre les concepts de rapports et de proportions, ainsi que la capacité à résoudre des équations proportionnelles simples.

Pas à pas : la séquence en classe

Étape 1 : Présentation du sujet

Brève présentation des éléments contextuels de cette séquence

Un peu d'histoire

Thalès de Milet est né aux environs de 620 avant Jésus-Christ à Milet, en Grèce. Il est considéré comme le premier philosophe présocratique, le premier des sept sages de l'antiquité. Il était mathématicien, physicien, astronome, ingénieur, météorologue. Il est le fondateur de l'école ionienne de philosophie naturelle de Milet.

Aristote et d'autres philosophes de l'antiquité considéraient Thalès comme le premier philosophe grec ; Thalès fut celui qui parvint à approcher et à expliquer les phénomènes naturels par la logique scientifique, refusant d'accepter les interprétations précédentes des phénomènes naturels, qui jusqu'alors étaient uniquement basées sur des mythes, des légendes et des croyances religieuses. Thalès de Milet est donc considéré comme le premier à avoir ouvert la voie à la recherche scientifique.

<u>Rappels</u>

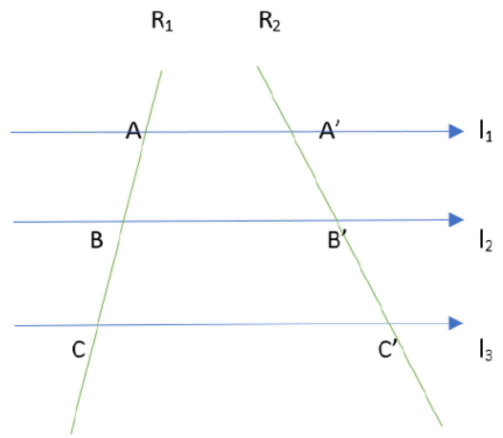
Nous reprendrons les conventions de notation suivantes :

- AB désignant une longueur entre un point A et un point B
- (AB) désignant la droite de dimension illimitée passant par le point A et le point B
- [AB] désignant le segment, partition de la droite (AB), dont les extrémités sont le point A d'une part et le point B d'autre part

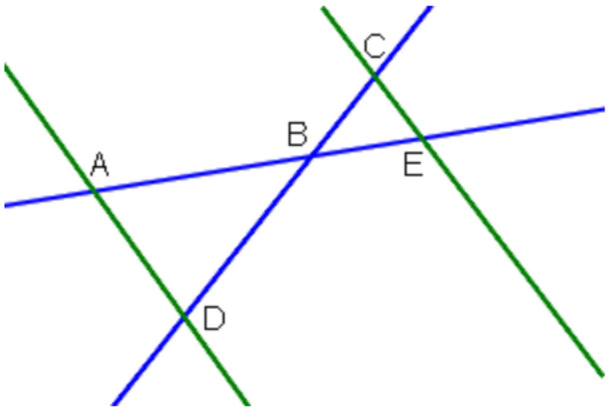
Définition du théorème de Thalès

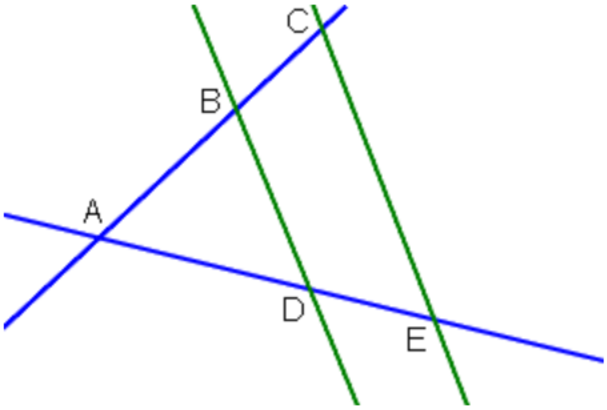
Thalès de Milet est largement connu pour ses théorèmes dans le domaine de la géométrie. L'un d'entre eux est le théorème présenté ci-dessous.
Si nous avons trois lignes droites parallèles l1, l2 et l3 qui coupent (intersectent) deux autres lignes, à savoir R1 et R2, alors elles produisent des segments proportionnels.
Soit si, l1 // l2 // l3 et coupant les segments R1 et R2, alors :

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Voici deux figures pour lesquelles le théorème de Thalès peut être utilisé :





Il faut connaître au moins trois longueurs dans ce type de figure pour pouvoir vous servir du théorème de Thalès.

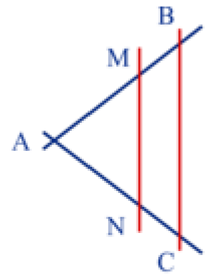
Appliquer le théorème de Thalès consiste donc à écrire des rapports égaux de longueurs dans ce type de figures.

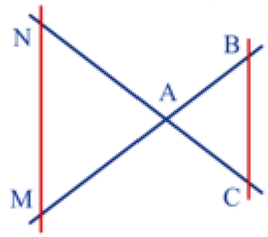
Étape 2 : activités en classe

Exemple d'application du théorème de Thalès.

Le théorème de Thalès énonce que, dans ce type de configuration, les longueurs des côtés d'un triangle sont donc **proportionnelles** aux côtés associés de l'autre triangle.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$





Remarques

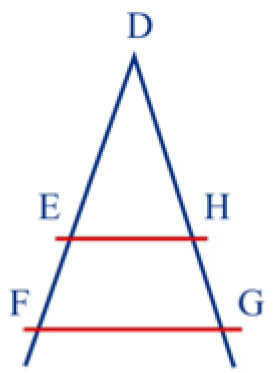
On ne peut pas appliquer le théorème de Thalès si la figure ne comporte pas de droites **parallèles.**

Ici : (MN) // (BC).

Quand on écrit l'égalité des trois quotients, on met :

- au numérateur, un côté du premier triangle ;
- au dénominateur, le **côté associé** du second triangle.

Ici,



$$\frac{DE}{DF} = \frac{DH}{DG} = \frac{EH}{FG}$$

Exemple :

Dans la disposition ci-dessus, supposons que nous connaissions les longueurs des segments suivants :

DE=8cm

DF=12cm

DH=4cm

Nous voulons trouver la longueur de DG.

En utilisant le théorème de Thalès, nous pouvons écrire :

$$\frac{DE}{DF} = \frac{DH}{DG} = \frac{EH}{FG}$$

Substituons les valeurs connues :

$$\frac{8}{12} = \frac{4}{DG}$$

En résolvant cette équation proportionnelle, nous pouvons trouver la valeur de DG. Une fois la solution obtenue, nous avons utilisé avec succès le théorème de Thalès pour résoudre un problème géométrique.

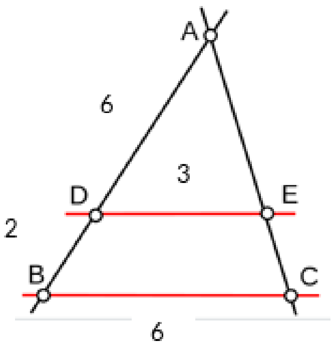
DG = $\frac{4*12}{8} = 6$ cm

Vérification si deux droites sont bien parallèles

Afin de vérifier si deux droites sont parallèles ou non, on utilise la réciproque du théorème de Thalès.

Exemple :

Pour démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles, on calcule séparément les rapports $\frac{AD}{AB}$ et $\frac{DE}{BC}$



$$\frac{AD}{AB} = \frac{6}{6+2} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{3}{6}$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

Donc d’après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (DE) et (BC) sont parallèles.

Étape 3 : Pour aller plus loin et idées d'activités à la maison

Ce théorème peut servir à mesurer de nombreuses choses dans votre établissement ou dans l'environnement des élèves !

Voici un premier exercice qui permettra de développer cette idée.

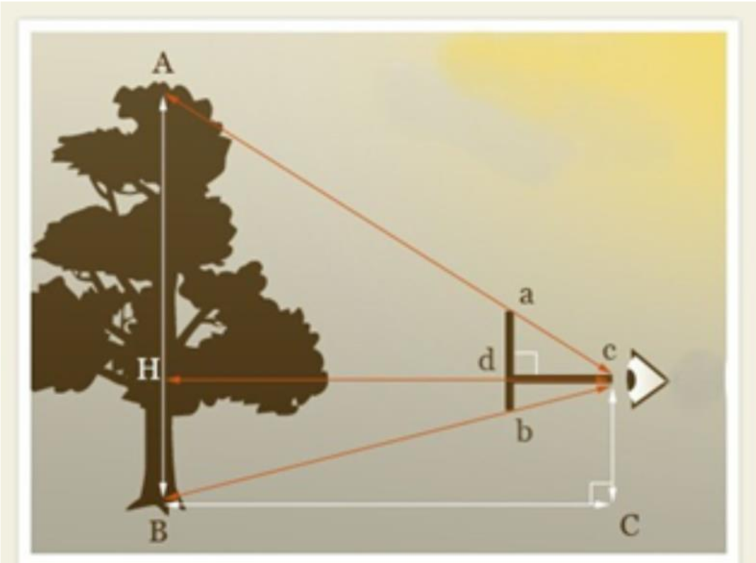
Exercice

Nous allons utiliser une méthode dite de **la croix du bûcheron**, basée sur le théorème de Thalès, pour estimer la hauteur d'un arbre.

On peut utiliser aussi cette méthode pour estimer toute hauteur inaccessible.

Cette méthode nécessite un T formé par deux bâtons de même longueur.

On considère un arbre de hauteur AB, à une distance BC de l'observateur.



Prendre deux baguettes de même dimension (par exemple : 20cm) et droites (ab=cd)

Placer la première en position horizontale (parallèle au plan du sol) et la seconde perpendiculairement à la 1ère.

Se placer face à l'arbre, à une distance approximativement voisine de sa hauteur.

Puis, avancer ou reculer et faire coulisser la baguette verticale de manière à faire coïncider :

- Le pied de l'arbre, le bas de la baguette verticale et son œil *sur une même droite (cB)*
- La cime de l'arbre, le haut de la baguette verticale et son œil *sur une même droite (cA)*

Lorsque les deux extrémités de l'arbre correspondent aux extrémités de la baguette verticale, mesurer la distance vous séparant de l'arbre BC.

⇨ **La hauteur de l'arbre AB est alors égale à la distance BC.**

Pourquoi ?

Les droites (ab) et (AB) étant parallèles de par le positionnement recommandé, on peut utiliser le théorème de Thalès.

Ainsi, le triangle ABc, le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{ca}{cA} = \frac{ab}{AB}$$

Dans le triangle cHA, le théorème de Thalès s'écrit :

$$\frac{cd}{cH} = \frac{ca}{cA}$$

D'où:

$$\frac{cd}{cH} = \frac{ab}{AB}$$

Puisque les bâtons de la croix sont de même longueur, **ab = dc**.

Puisque [cH] est perpendiculaire à [AB] , et que l'observateur se tient verticalement, alors :

cH = BC.

Cela signifie donc que :

$$\frac{ab}{AB} = \frac{ab}{BC}$$

- ⇨ **AB = BC**

Alors à l'aide du théorème de Thalès et de la méthode dite « croix du bûcheron», la hauteur de l'arbre est égale à la distance de cet arbre à l'observateur.

Maintenant, grâce à la Thalès, amusez-vous à mesurer la hauteur de votre établissement scolaire, du pont de votre ville, d'une statue…

Ces vidéos peuvent apporter un complément à cette séquence :

https://www.youtube.com/watch?v=GwGQD2BdZ3s

https://www.youtube.com/watch?v=JpU7X7AhB-A

https://www.youtube.com/watch?v=qNY8HPNGXb4

Matériel nécessaire à la visite

Les élèves participant à la visite pourront prévoir 2 crayons ou stylos de même longueur pour l'utilisation de la méthode dite de la croix du bûcheron.

VISIT MATH

Cofinancé par l'Union européenne

Ce projet a été financé avec le soutien de la Commission européenne. Cette publication ne reflète que les opinions de son auteur, et la Commission ne peut être tenue responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations qu'elle contient.

Code du projet : 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Pour en savoir plus sur Visit Math, rendez-vous sur le site Web du projet : https://visitmath.eu

FERMAT SCIENCE Une autre idée des maths

5th High School Agrinio · Greece

Istituto Statale "E. Montale" Pontedera

LogoPsyCom

ZS 31

YuzuPulse