

Le centre de masse

Sujet	Géométrie.
Objectifs d'apprentissage	Comprendre le concept du centre de masse.
Tranche d'âge	13 à 18 ans (à adapter à chaque pays).
Durée estimée	2 heures.
Activités	Être capable de calculer le centre de masse en utilisant des formules de calcul.
Visites liées au sujet	Agrinio.

Connaissances préalables requises

Compréhension des plans et des points en géométrie.

Pas à pas : la séquence en classe.

Étape 1 : Introduire le sujet

Connaissez-vous le jeu de l'oiseau dont le but est de se tenir en équilibre avec son bec sur le bout du doigt ? Au volant d'un véhicule, pourquoi le corps du conducteur pivote-t-il fortement à l'approche d'un virage ?

La réponse est : **“le centre de masse”**.

Le centre de masse est une position définie par rapport à un objet ou à un système d'objets. Il s'agit de la position moyenne de toutes les parties du système, pondérées en fonction de leur masse.

Regardons le passé :

Le centre de masse a, en réalité, une longue et riche histoire en physique et en mathématiques. On attribue souvent à Archimède, mathématicien de la Grèce antique, le mérite d'avoir jeté les bases du concept de centre de masse. Il a formulé le principe du levier, affirmant que « des poids égaux à des distances

égales sont en équilibre ». Ce principe est fondamental pour comprendre comment les objets s'équilibrent autour de leur centre de masse. En outre, de nombreux mathématiciens et scientifiques de renom ont ensuite contribué à la recherche dans ce domaine.



1. Un oiseau en équilibre avec son bec sur le bout d'un doigt.

Source :

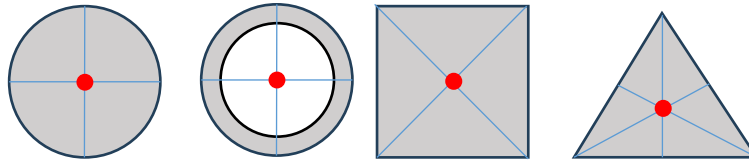
https://en.wikipedia.org/wiki/Centre_of_mass#/media/File:Bird_toy_showing_Centre_of_gravity.jpg

Les liens entre ces éléments et les sujets mathématiques

Mathématiquement, le centre de masse peut être défini comme la moyenne pondérée des positions de toutes les points :

$$x_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{M} \quad y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{M} \quad z_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{M}$$

La géométrie d'un objet, ainsi que la répartition de la masse à l'intérieur de celui-ci, déterminent la position de son centre de masse. Si l'objet a une distribution de masse uniforme et une forme géométrique symétrique, son centre de masse est généralement situé au centre géométrique.



2. Le centre de masse de quelques formes géométriques simples (points rouges).

Vous demandez-vous quelles sont les différences entre le centre de gravité et le centre de masse ?

Le centre de masse est le point où la distribution de la masse est égale dans toutes les directions et ne dépend pas du champ gravitationnel. Le centre de gravité est le point où la distribution du poids est égale dans toutes les directions et dépend du champ gravitationnel.

Cependant, le centre de gravité est généralement situé au même endroit que le centre de masse lorsqu'il s'agit d'objets situés à la surface de la Terre ou à proximité. C'est le point par lequel la force de gravité agit sur l'objet. Par conséquent, dans nos exemples, les deux centres sont considérés comme égaux, puisqu'il s'agit d'objets situés à la surface de la terre.

Alors, pourquoi étudier le centre de masse ?

Imaginez, par exemple, que vous souhaitiez construire un pont en arc. Comment allez-vous vous assurer qu'il est équilibré et stable ? Le centre de masse vous aide à concevoir des structures sûres et fonctionnelles. C'est pourquoi les architectes et les ingénieurs civils tiennent compte du centre de masse lorsqu'ils conçoivent des bâtiments et des ponts, afin de s'assurer qu'ils peuvent résister à diverses charges et conditions environnementales.



3. Le pont d'Avorani, Agrinio, Grèce.

Source: <https://www.agrinionews.gr/h-gefyra-tis-avoranis-se-kindyno/>

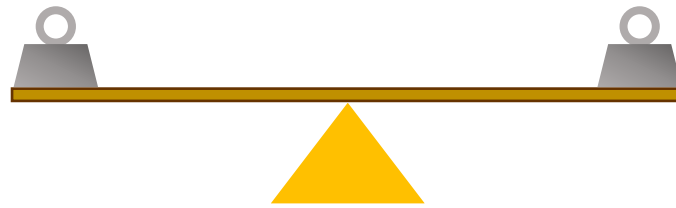
En résumé, le centre de masse est un élément important parce qu'il fournit des informations fondamentales sur le comportement des objets et des systèmes. Il s'agit d'un concept essentiel en physique, en ingénierie et dans d'autres disciplines scientifiques, qui nous permet d'analyser et de concevoir un large éventail de structures, de machines et de systèmes en tenant compte de la stabilité, de l'équilibre et de l'efficacité. Les ingénieurs utilisent le centre de masse dans l'analyse structurelle pour évaluer la stabilité et l'intégrité des bâtiments et des ponts. Il est essentiel pour assurer l'équilibre de la structure et prévenir les effondrements.

Step 2 : activités à faire en classe

La balançoire

Imaginez que vous êtes dans une aire de jeux et que vous voyez une balançoire. Comment fonctionne-t-elle ? Le centre de masse d'une balançoire à bascule est son point de pivot, comme l'illustre le triangle dans l'image ci-dessous. Sans personne dessus, la balançoire est parfaitement équilibrée autour de son centre de masse.

Et même si vous placez des poids sur la balançoire et que vous les répartissez uniformément, le centre de masse restera le même et la balançoire restera équilibrée.

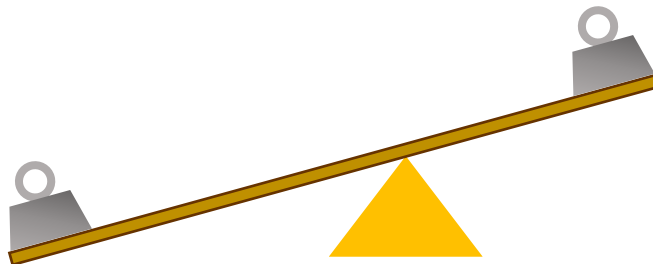


4. La balançoire en équilibre.

Essayez de construire une simple balançoire dans votre classe avec quelques bâtons et un petit triangle fait de carton ou d'un jouet d'enfant.

Que se passe-t-il si vous déplacez le point de pivot ? La balançoire tournera dans la direction où la distance avec le triangle est la plus grande. Pourquoi ? Parce que cela modifie en pratique, le centre de masse ou le centre de gravité, comme nous le voyons dans le deuxième exemple.

En d'autres termes, dans la première balançoire, le centre d'équilibre (ou plus scientifiquement le centre de la masse) se trouve au milieu, car le produit poids*distance (remarque : scientifiquement parlant, il s'agit du moment du poids) de gauche est égal au produit poids*distance de droite. Dans le second cas, le produit poids*masse de gauche est plus grand que le produit poids*masse opposé et donc le centre d'équilibre change.

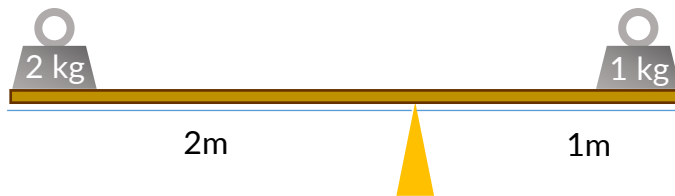


5. La balançoire penchée vers le côté gauche.

Si vous placez des poids plus lourds d'un côté. Que se passera-t-il ?

L'équilibre est-il assuré ?

Supposons que, dans les exemples suivants, nous placions un poids de 2 kg à 2 mètres du point pivot et, sur le côté droit, un poids de 1 kg à 1 mètre du centre. Cette disposition sera-t-elle équilibrée ? Ou la figure suivante est-elle correcte ?



6. La balançoire avec différents poids et distances pour le point central.

Comme nous ne nous intéressons qu'à l'axe des x (le plateau de la balançoire), nous calculerons le centre de la masse en utilisant la partie correspondante des équations et en nous référant à des mètres et non à des cm. Veuillez noter que le point central étant le sommet du triangle, il est considéré comme le point avec $x=0$, sur l'axe des x. Ainsi, l'objet de gauche se trouve à -2 m du point central et l'objet de droite à +1 m.

Nous utiliserons la première équation que nous avons montrée ci-dessus et qui concerne l'axe des x. En pratique, il s'agit de la somme des produits de la masse de chaque objet par sa distance au point central. Elle est ensuite divisée par la masse accumulée.

Par conséquent, l'équation est la suivante :

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{M} = \frac{m_1 * x_1 + m_2 * x_2}{m_1 + m_2} = \frac{2kg * (-2m) + 1kg * 1m}{2kg + 1kg} = \frac{-3}{3} = -1$$

Ce résultat montre que le point d'équilibre se trouve à 1 mètre à gauche du triangle. Le système n'est donc pas équilibré et la figure ci-dessus n'est pas correcte.

Exemples concrets de centre de masse ou de gravité

Regardez des vidéos très intéressantes et amusantes sur la façon dont les concepts ci-dessus sont utilisés dans des expériences réelles.

<https://www.youtube.com/watch?v=N-wOpitoLL4>

<https://www.youtube.com/watch?v=BCPqyXklCuU>

<https://www.youtube.com/watch?v=qRsJXXb9WNE>

<https://www.youtube.com/watch?v=R8wKV0UQtlo>

Étape 3 : Pour aller plus loin et idées de travail à la maison

Estimer le poids des objets

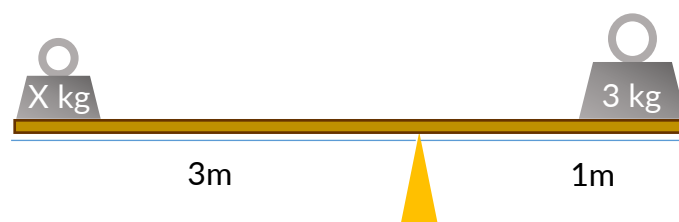
Essayez de développer une balançoire plus grande et utilisez-la pour vous rendre compte si un objet est plus lourd ou plus léger qu'un autre objet.

Si vous connaissez le poids d'un objet (par exemple 100 g), pouvez-vous utiliser la bascule pour mesurer exactement 100 g de sucre ?

Cherchez sur Internet des informations sur le fonctionnement des anciennes balances.

Trouver la masse exacte d'un objet

Dans l'exemple suivant (figure 7), quel est le poids de l'objet situé à gauche ? En tenant compte que le centre de masse sur l'axe des x est 0 et que le point central est le sommet du triangle.



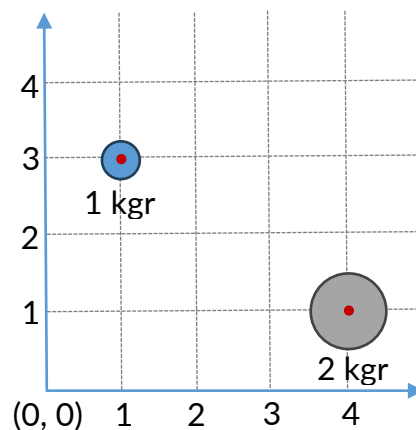
7. Exemple pour le calcul du poids

Calculer le centre de la masse dans un plan bidimensionnel

Tout d'abord, regardez cette vidéo https://www.youtube.com/watch?v=nIS_mVjn6A

Ensuite, calculer le centre de masse de la figure 8 pour les deux cas suivants :

- a) par rapport au point $(0, 0)$, et
- b) par rapport au point $(2, 2)$



8. Exemple de calcul du centre de masse.

References :

Wikipedia contributors. (2023, November 4). Centre of mass. Wikipedia.

https://en.wikipedia.org/wiki/Centre_of_mass

What is Centre of mass? (article) | Khan Academy. (n.d.). Khan Academy.

<https://www.khanacademy.org/science/physics/linear-momentum/Centre-of-mass/a/what-is-Centre-of-mass>

Ce projet a été financé avec le soutien de la Commission européenne. Cette publication ne reflète que les opinions de son auteur, et la Commission ne peut être tenue responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations qu'elle contient.

Code du projet : 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Pour en savoir plus sur Visit Math, rendez-vous sur le site

Web du projet : <https://visitmath.eu>

Ce travail est soumis à la licence internationale Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

