

Calcul infinitésimal

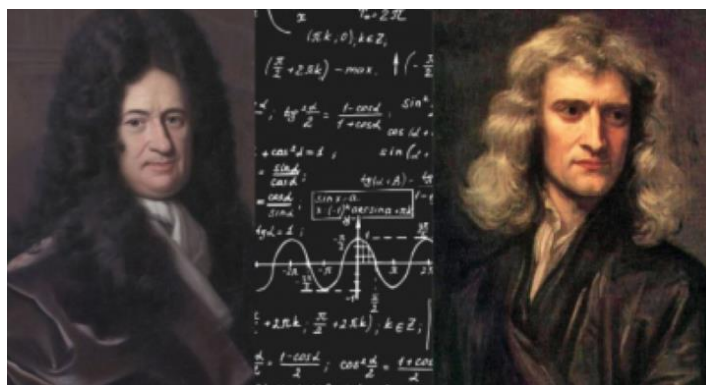
Sujet	Fonctions
Objectifs d'apprentissage	Algèbre
Tranche d'âge	10 à 16 ans (à adapter à chaque pays)
Durée estimée	1 heure
Activités	Calculer des fonctions dans la vie réelle
Visites liées au sujet	Route royale (Trakt Królewski) de Varsovie, Pise, Athènes

Connaissances antérieures requises

Comprendre les concepts mathématiques de base.

Étape par étape : la séquence en classe

Étape 1 : Introduire le sujet



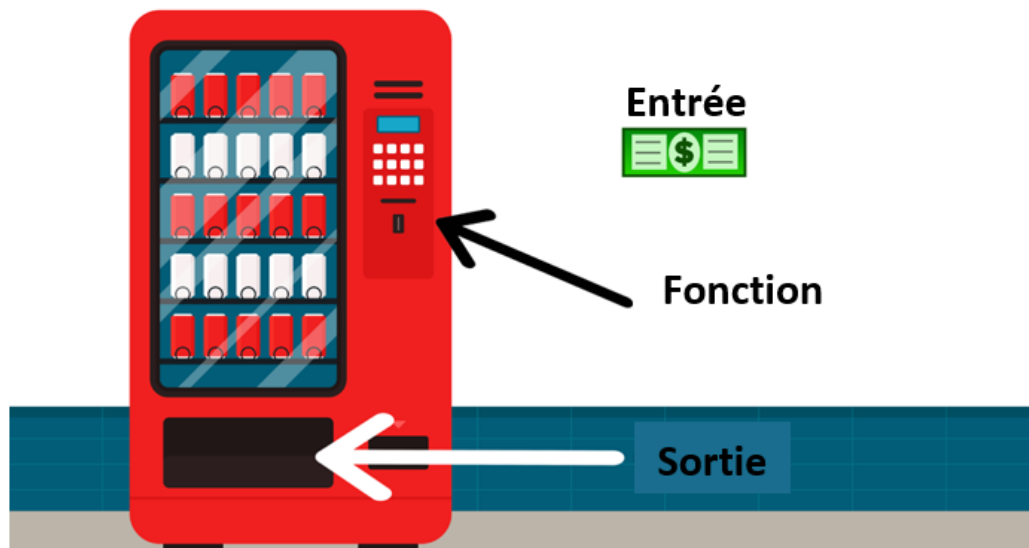
Source : <https://www.stemfellowship.org/who-got-there-first-newton-leibniz-and-their-work-on-calculus/>

Quel est le point commun entre Gottfried Wilhelm Leibniz, philosophe et mathématicien allemand, et Sir Isaac Newton, physicien et mathématicien anglais ? Comment leur travail influence-t-il la façon dont vous effectuez vos commandes et vos paiements en ligne ?



Leibniz et Newton ont tous deux travaillé sur le calcul infinitésimal, une branche des mathématiques portant sur les dérivées et qui est utilisée dans une multitude de domaines dont la physique, l'ingénierie, l'économie, les statistiques et la médecine. Les dérivées sont utilisées pour décrire le changement qui se produit dans une variable lorsqu'une autre variable change. Le calcul infinitésimal est également utilisé dans des domaines très variés tels que les voyages dans l'espace. Cette branche des mathématiques est par exemple utilisée pour déterminer comment les médicaments interagissent avec le corps et pour construire des structures plus sûres dans les maisons, sur les chemins de fer, sur les navires, etc.

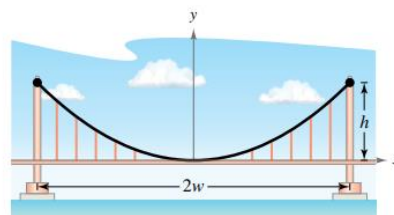
Parlons maintenant des fonctions, un domaine spécifique du calcul infinitésimal, afin de prendre conscience de l'importance des mathématiques. Prenons l'exemple d'un distributeur de snacks et de boissons non alcoolisées. Lorsqu'un utilisateur insère de l'argent dans la machine et appuie sur un bouton spécifique, un objet spécifique tombe à la sortie de la machine. (Le prix de l'objet représente la règle de la fonction. L'argent et le bouton choisi constituent ensemble l'entrée, c'est-à-dire l'antécédent de la fonction. Si l'utilisateur introduit plus d'argent que ne l'exige la règle de la fonction, il obtient de la monnaie et l'objet choisi, qui représente la sortie, c'est-à-dire l'image de la fonction).



Source : <https://www.byjusfutureschool.com/blog/what-are-some-practical-applications-of-functions-in-real-life/>

Lorsque des ingénieurs civils conçoivent des ponts, ils doivent prendre en compte trois éléments structurels : les poutres, les éléments de tension et les éléments de compression. En utilisant le calcul infinitésimal, nous pouvons déterminer la force agissant sur la poutre, notamment le poids des piétons, le poids des véhicules et le flux de trafic prévu sur ce pont. Sur base de ces facteurs, les matériaux à utiliser, la taille du pont et la capacité de celui-ci peuvent être calculés.

$$C = 2 \int_0^w \sqrt{1 + \left(\frac{4h^2}{w^2}\right)x^2} dx$$

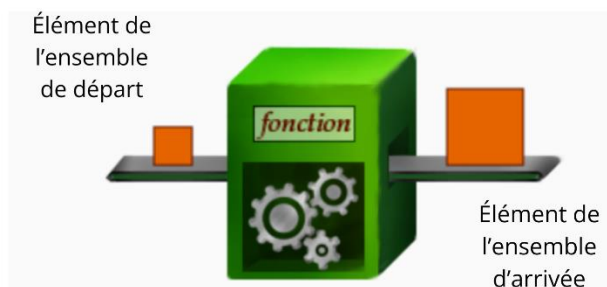


Source : <https://opening.download/spring-2021.html>

La pompe utilisée pour remplir un réservoir, les outils de jardinage, les voitures, les motos, les robots et de nombreux appareils ménagers sont conçus selon les principes du calcul infinitésimal. De nombreux autres exemples peuvent être donnés en ce qui concerne le calcul infinitésimal et les fonctions dans la vie réelle.

Liens entre ces éléments et les mathématiques

Une fonction est une relation entre un ensemble de départ et un ensemble d'arrivée. Par cette relation, chaque élément de l'ensemble de départ est associé à exactement un seul élément de l'ensemble d'arrivée. En général, une fonction est désignée par $f(x)$, où x représente l'antécédent. Une fonction est généralement représentée par la formule $y = f(x)$.



Source : https://zestedesavoir.com/tutoriels/596/introduction-aux-fonctions/253_les-maths-en-mouvement/1480_quest-ce-quune-fonction/#:~:text=Une%20fonction%20est%20une%20machine,l'on%20r%C3%A9cup%C3%A8re%20le%20r%C3%A9sultat.

Types de fonctions en mathématiques

Un exemple de fonction simple est $f(x) = x^2$.

Dans cette fonction, la fonction $f(x)$ prend la valeur de « x » et l'élève au carré.

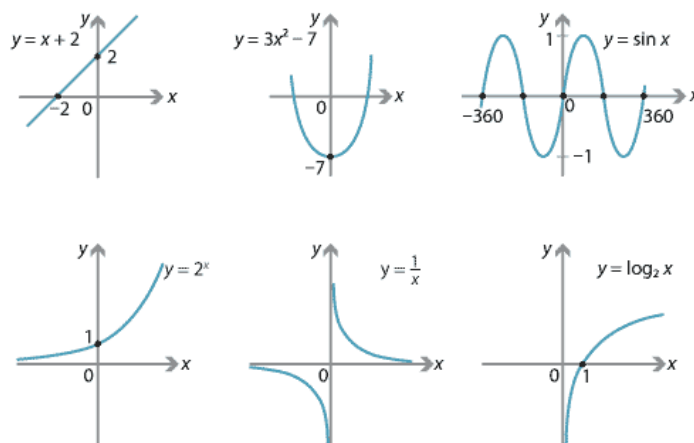
Par exemple, si $x = 3$, alors $f(3) = 9$.

Voici quelques autres exemples de fonctions : $f(x) = \sin(x)$; $f(x) = x^2 + 3$; $f(x) = 1/x$; $f(x) = 2x + 3$; etc.

Il existe également des fonctions à plusieurs variables, relatives à des problèmes plus complexes, par exemple $f(x, y) = x^2 + y^2$.

Les fonctions sont utilisées pour créer tous les graphiques que nous voyons en mathématiques, mais aussi dans d'autres sciences. Ces graphiques illustrent divers concepts de manière visuelle et facilitent ainsi la compréhension des sujets présentés.

Vous trouverez ci-dessous quelques exemples de fonctions sous forme de graphiques. Il convient de noter qu'il existe de nombreuses autres fonctions que celles-ci.



Source : https://amsi.org.au/ESA_Senior_Years/imageSenior/2b_3.png

Alors, pourquoi étudier les fonctions ?

Avez-vous déjà entendu vos élèves se demander « Pourquoi étudions-nous les fonctions ? Qu'allons-nous en faire ? » La réponse est simple : en utilisant les fonctions, nous pouvons modéliser le monde qui nous entoure.



Source : <https://www.byjusfutureschool.com/blog/what-are-some-practical-applications-of-functions-in-real-life/>

Exemples

Température : lorsque nous mesurons notre température corporelle, la température du corps représente l'antécédent de la fonction, tandis que la mesure obtenue en degrés Celsius ou en degrés Fahrenheit représente l'image de la fonction.

Poids : lorsque nous nous pesons, généralement en nous tenant debout sur une balance, notre poids corporel représente l'antécédent de la fonction, tandis que la mesure, généralement en kilogrammes, représente l'image de la fonction.

Rendement du carburant : le rendement d'une voiture en termes de kilomètres par litre de carburant consommé est une fonction. Si une voiture consomme généralement 10 litres aux 100 km et que vous consommez 50 litres de carburant, elle pourra parcourir environ 500 km.

Penchons-nous un peu plus sur la question. **Instagram**, **Twitter** et **TikTok** sont des applications composées de fonctionnalités. Les likes, les interactions, les amis et d'autres éléments sont pris en compte pour produire « l'image », c'est-à-dire la publication apparaissant sur le fil d'actualité d'un utilisateur.

Étape 2 : Activités à réaliser en classe

Activité 1

Lorsque vous donnez les antécédents 1, 2, 3, 8, 10, 11 à une machine, elle produit les images suivantes : 3, 5, 7, 17, 21, 23.

- Quelle est la fonction utilisée ?
- Quelle est la valeur de $f(5)$?



Source : https://www.freepik.com/free-vector/game-machine-with-counting-number-isolated-background_18973456.htm

Activité 2

Calculez une fonction à partir de sa formule. Regardez la vidéo suivante :

<https://www.youtube.com/watch?v=FjqPwHS7vE8>.

Vous êtes archéologue et découvrez un squelette qui pourrait appartenir à un jeune guerrier du V^e siècle av. J.-C.

Comment détermineriez-vous la taille du jeune guerrier si vous connaissez la longueur de son fémur ?

Lisez les informations suivantes pour parvenir à une estimation (les informations sont en anglais, mais vous pouvez utiliser la traduction automatique pour les comprendre) :

https://eforensics.info/learning_module/stature/.

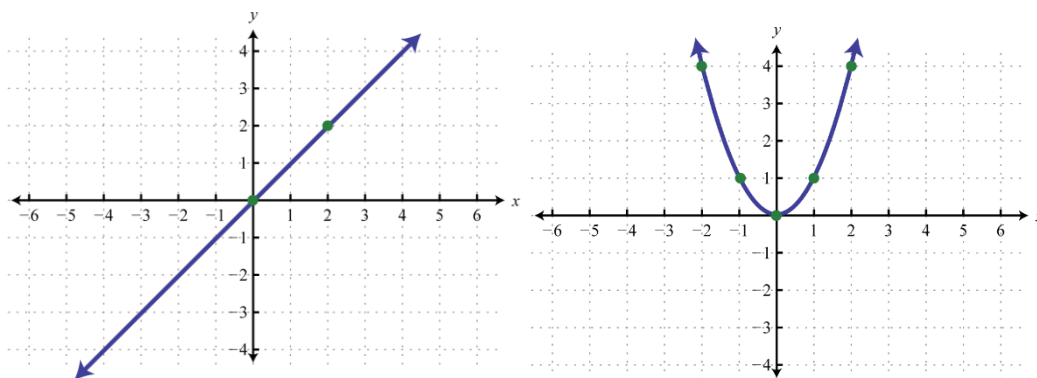


Source : https://www.freepik.com/premium-vector/paleontology-occupation-making-children-vector-paleontology-scientist-kids-working-excavation-exploring-researching-founded-artifacts-characters-archeology-job-flat-cartoon-illustration_20927175.htm

Étape 3 : Devoirs et idées de développement

Activité 1

Étape 1 : Observez les graphiques ci-dessous.

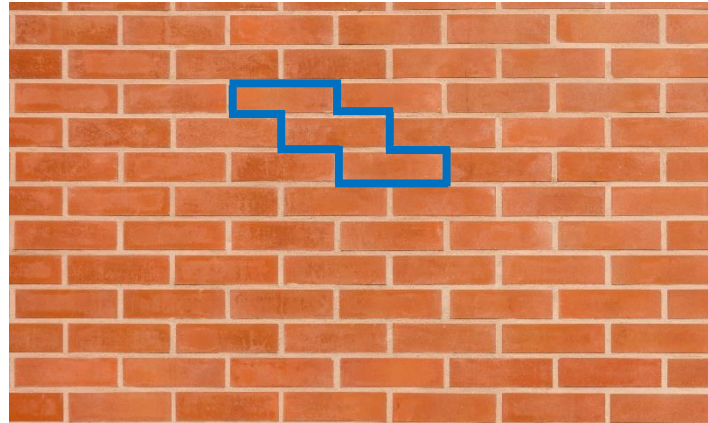




Étape 2 : Indiquez quelle est la fonction utilisée dans chaque graphique.

Activité 2

Observez ce mur en brique.



1. Quel est le périmètre d'un ensemble de briques disposées en escalier si chaque brique mesure 2 cm sur 8 cm ?
2. Quelle règle de fonction décrit cette relation ?

Références

<https://www.britannica.com/science/function-mathematics/Inverse-functions>

<https://www.byjusfutureschool.com/blog/what-are-some-practical-applications-of-functions-in-real-life/>

Ce projet a été financé avec le soutien de la Commission européenne. Cette publication ne reflète que les opinions de son auteur, et la Commission ne peut être tenue responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations qu'elle contient.

Code du projet : 1-FR01-KA220-SCH-00027771

Pour en savoir plus sur Visit Math, rendez-vous sur le site

Web du projet : <https://visitmath.eu>

Ce travail est soumis à la licence internationale Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).

