

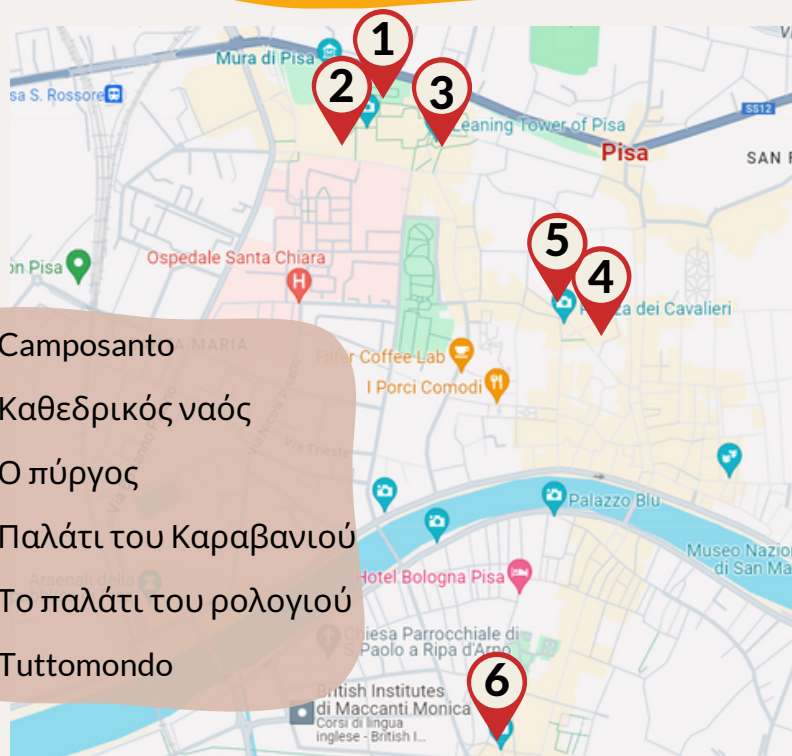


VISIT MATH



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Δρομολόγιο



- 1 Camposanto
- 2 Καθεδρικός ναός
- 3 Ο πύργος
- 4 Παλάτι του Καραβανιού
- 5 Το παλάτι του ρολογιού
- 6 Tuttomondo

Χρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση. Ωστόσο, οι απόψεις και οι απόψεις που εκφράζονται είναι μόνο του συγγραφέα ή των συγγραφέων και δεν αντικατοπτρίζουν απαραίτητα εκείνες της Ευρωπαϊκής Ένωσης ή του Ευρωπαϊκού Εκτελεστικού Οργανισμού Εκπαίδευσης και Πολιτισμού (ΕΑΕΑ). Ούτε η Ευρωπαϊκή Ένωση ούτε ο ΕΑΕΑ μπορούν να θεωρηθούν υπεύθυνοι για αυτά.

Κωδικός έργου: 2022-1-FR01-KA220-SCH-000090275



Αυτό το έργο αδειοδοτείται με την άδεια Creative Commons Attribution NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>).



VISIT MATH



Με τη συγχρηματοδότηση
της Ευρωπαϊκής Ένωσης

VisitMath Tours Pisa



Βήμα 1: Πιστέψτε στα Μαθηματικά

Βρίσκεστε στο δεύτερο έτος της Σχολής Μαθηματικών και ο καθηγητής σας στην Άλγεβρα Ρούνων σας αναθέτει ένα σημαντικό καθήκον: να ανακτήσετε τους εξαιρετικά σπάνιους ρούνους που είναι διάσπαρτοι στην πόλη της Πίζας.



Προσοχή: οι ρούνι προστατεύονται από ισχυρά ξόρκια που μόνο ένας εξαιρετικός μαθηματικός μπορεί να σπάσει!

Υπάρχουν τέσσερις τύποι ρούνων, καθένας από τους οποίους συνδέεται με ένα χαρακτηριστικό της Μαθηματικών.



Symmetria



Variabilis



Balansius



Sequentia

Για να σπάσετε το ξόρκι που προστατεύει τους ρούνους, θα χρειαστεί να λύσετε τις ασκήσεις που τίθενται σε σύννεφα όπως παρακάτω. Εάν τα καταφέρετε, θα αποκτήσετε τους ρούνους γραμμένους στο πλάι!



Υπάρχει ένα σέτ 10 ρούνων, που αποτελείται από τουλάχιστον 2 ρούνους για κάθε τύπο. Πόσοι διαφορετικοί συνδυασμοί υπάρχουν;



Δεδομένου ότι δεν χρειάζεται να ανησυχείτε για τη σειρά των ρούνων, γνωρίζετε ήδη ότι 8 από τους 10 ρούνους έχουν καθοριστεί (2 από καθένα από τους 4 τύπους). Επομένως, πρέπει απλώς να μετρήσετε πόσους συνδυασμούς από τους υπόλοιπους 2 ρούνους μπορείτε να έχετε.



Τώρα μπορείτε να πάτε στο Camposanto για να ξεκινήσετε την περιήγηση

Βήμα 2: Στη σειρά

Η αποστολή ξεκινά από ένα συγκεκριμένο μέρος, το Camposanto της Πίζας. Γνωρίζετε ότι ορισμένοι ρούννοι προστατεύονται από μια πολύ ισχυρή μαγική γοητεία που χρονολογείται αρκετούς αιώνες πριν.



Το νεκροταφείο του καθεδρικού ναού της Πίζας, που ιδρύθηκε το 1277 από τον Giovanni di Simone, βρίσκεται στο τέλος μεταξύ των μνημειακών κατασκευών που κοσμούν την Piazza dei Miracoli. Ονομάστηκε με ευλάβεια «Campo Santo» (Ιερός Πεδίος), πιστευόταν ότι χώμα από τους Αγίους Τόπους, συγκεκριμένα τον Γολγοθά, έφεραν εδώ τα πλοία της Πισάν που επέστρεφαν από τη θριαμβευτική Τρίτη Σταυροφορία. Κατασκευασμένο από λευκό μάρμαρο, το εξωτερικό παρουσιάζει 43 τυφλά τόξα και δύο πόρτες εισόδου, με μια στολισμένη γοτθική σκηνή να κοσμεί την κύρια είσοδο. Στο εσωτερικό ξεδιπλώνεται ένα σαγηνευτικό μοναστήρι με μυτερές καμάρες. Οι διάδρομοι του νεκροταφείου φιλοξενούν πολυάριθμες ρωμαϊκές σαρκοφάγους, που χρησιμεύουν ως οι τελευταίοι χώροι ανάπαυσης για αξιόλογα άτομα.

Αποκαλύφθηκε το μυστήριο, οι ρούννοι προστατεύονται από ένα ξόρκι του ίδιου του Φιμπονάτσι! Θα καταφέρεις να το σπάσεις λύνοντας τις τρεις προκλήσεις;

Μέσα στο Camposanto βρίσκεται το άγαλμα του Leonardo Fibonacci, γνωστό και ως Leonardo Pisano. Του πιστώνεται ότι εισήγαγε το αραβικό σύστημα αριθμών στον δυτικό κόσμο και φημίζεται για τη συνεισφορά του στη μαθηματική ακολουθία όπου «κάθε αριθμός είναι το αποτέλεσμα των δύο προηγούμενων αριθμών».

Άλγεβρα

Υπάρχουν τρεις διαδοχικοί όροι της ακολουθίας, το άθροισμα του πρώτου και του τρίτου είναι ίσο με 843, ο δεύτερος όρος είναι 377. Υπολογίστε τον τρίτο όρο.



Πιθανότητες

Εξετάστε ένα σενάριο όπου επιλέγεται ένας τυχαίος αριθμός από τους πρώτους 20 όρους της ακολουθίας Fibonacci. Υπολογίστε την πιθανότητα να είναι ζυγός αριθμός.



Ανάλυση

Χρησιμοποιήστε ένα υπολογιστικό φύλλο για να υπολογίσετε τους πρώτους 15 όρους της ακολουθίας Fibonacci και να σχεδιάσετε ένα γράφημα των όρων.



Άγαλμα Fibonacci

Τώρα μπορείτε να μετακομίσετε στην Piazza dei Miracoli, αναζητώντας ρούνους!

Βήμα 3: Πολεμήστε το θηρίο

Μερικοί σπάνιοι Ρούνιοι είναι ενσωματωμένοι στον τοίχο του καθεδρικού ναού. Φαίνεται ότι υπάρχουν εδώ και αιώνες!



Ο καθεδρικός ναός, που σχεδιάστηκε από τη λαμπρότητα του Busketo (τα λείψανα του οποίου αναπαύονται σε μια ρωμαϊκή σαρκοφάγο, ένα αξιοσημείωτο τμήμα της πρόσοψης), άρχισε να χτίζεται το 1063. Ήταν αφιερωμένος στην Κοίμηση της Θεοτόκου σε ανάμνηση της θριαμβευτικής Μάχης του Παλέρμο, η οποία εκτυλίχθηκε μεταξύ 13 και 18 Αυγούστου του ίδιου έτους.

Διακρίνεται για το μοναδικό του στύλ, ο καθεδρικός ναός χαρακτηρίζεται ως ρωμανικός της Πιζάν. Η πρόσοψη, ένα αριστούργημα του Rainaldo (αν και πολλές ζωφόροι και κιονόκρανα αποδίδονται στους Guglielmo και Biduino), διαθέτει τυφλά τόξα στολισμένα με παστίλιες και ένθετα, που καλύπτονται από τέσσερα επίπεδα προσβάσιμων λότζων. Με μήκος περίπου 100 μέτρα και πλάτος 70 μέτρα, η εκκλησία κατέχει τη διάκριση ως η τρίτη μεγαλύτερη στην Ευρώπη του 11ου αιώνα, ακολουθώντας μόνο τους Αγίους Πέτρου και Αγίου Παύλου έξω από τα τείχη της Ρώμης.

Υπάρχουν πολλές μικρές μικρές τρύπες σε ένα κομμάτι μάρμαρο τοποθετημένο στη βόρεια πλευρά του καθεδρικού ναού. Πολλοί άνθρωποι σταματούν εκεί και προσπαθούν να τα μετρήσουν, αλλά φαίνεται ότι κάθε φορά προκύπτει διαφορετικός αριθμός. Ένα μυστήριο περιβάλλει την προέλευση αυτών των μικρών τρυπών, γνωστών ως «Unghiate» ή νύχια του διαβόλου. Ο θρύλος λέει ότι ο διάβολος σκαρφάλωσε κατά μήκος της πλευράς του καθεδρικού ναού στην οροφή για να αποτρέψει την κατασκευή του, μόνο για να εκδιωχθεί με θεϊκή δύναμη, αφήνοντας ένα ανεξίτηλο σημάδι στην πέτρα.



Στην πραγματικότητα, το πλάσμα που άφησε τα νύχια είναι το Avatar του Αμέτρητου, που έχει εμποτίσει τον τοίχο με μια ισχυρή μαγεία: όποιος μετράει απευθείας τις τρύπες θα κάνει λάθος! Το Mathemagic θα σας βοηθήσει ρωτώντας δύο ντόπιους, την Αλίκη και τον Μπομπ, πόσες τρύπες μέτρησαν.



Η Alice μετράει 3 επιπλέον καρφιά, ο Bob 2 λιγότερα. Ο διπλάσιος αριθμός των καρφιών που μέτρησε η Alice συν το μισό από τον αριθμό των καρφιών που μέτρησε ο Bob ισούται με 380. Πόσα καρφιά έχει πραγματικά ο τοίχος;



Βήμα 4: Κρατήστε τον πύργο

Τι είναι αυτό? Πώς στέκεται; Το περίεργο κτίριο στην πλατεία είναι εμποτισμένο με ένα ισχυρό μαθηματικό ξόρκι που το εμποδίζει να πέσει. Η κατανόηση της λειτουργίας αυτού του αιωνόβιου ξόρκι θα ξεκλειδώσει ορισμένους ρούνους ενσωματωμένους στα θεμέλιά του.



Στις 9 Αυγούστου 1173 ξεκίνησε η επιχείρηση κατασκευής του καμπαναριού για τον καθεδρικό ναό της Σάντα Μαρία. Μια αυτόνομη κατασκευή, το καμπαναριό φτάνει σε ύψος περίπου 56 μέτρα και μπορεί να υπερηφανεύεται για βάρος 14.453 τόνων. Πιθανώς υπό την επίβλεψη του αρχιτέκτονα Διοτισάλβη, ο οποίος είχε ξεκινήσει την κατασκευή του κοντινού Βαπτιστηρίου, ξεκίνησε η κατασκευή του πύργου. Ωστόσο, αυτή η αρχική φάση σταμάτησε στο επίπεδο του τρίτου δακτυλίου λόγω της καθίζησης του εδάφους που επηρέασε το θεμέλιο στο οποίο βρίσκεται ο πύργος.

Η αστάθεια του εδάφους, που επιδεινώθηκε από τον ιστορικό μαιανδρισμό του ποταμού Auser κοντά στον πύργο, οδήγησε σε ένα ασταθές θεμέλιο, προκαλώντας τελικά τη διάσημη κλίση του πύργου. Αυτές οι προκλήσεις σταθερότητας έθεσαν σημαντικά εμπόδια, εμποδίζοντας την πρόοδο της κατασκευής για μεγάλο χρονικό διάστημα. Η επανέναρξη της κατασκευής το 1275, υπό την επίβλεψη των Giovanni di Simone και Giovanni Pisano, περιελάμβανε την προσθήκη τριών επιπλέον ορόφων στους αρχικούς τρεις δακτυλίους. Σε μια προσπάθεια να εξουδετερώσουν το άπαχο, αυτά τα συμπληρωματικά δάπεδα σχεδιάστηκαν να έχουν κλίση προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Η ακριβής κλίση του πύργου ως προς την κατακόρυφο είναι 3,97°.

Δεδομένου ότι η διάμετρος στη βάση είναι 15,484 μέτρα, ποια είναι η υψομετρική διαφορά μεταξύ του χαμηλότερου και του υψηλότερου σημείου της βάσης;



Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο πύργος έχει ύψος 56.705 μέτρα αν ληφθεί υπόψη το υψηλότερο σημείο του τελευταίου δακτυλίου ή 55.863 μέτρα εάν ληφθεί υπόψη το χαμηλότερο σημείο του τελευταίου δακτυλίου, πόσο μετρά η ακτίνα αυτού του δακτυλίου;



Η αποστολή συνεχίζεται στην Piazza dei Cavalieri

Βήμα 5: Το πιο δυνατό σχολείο

Στην Piazza dei Cavalieri, φτάνετε μπροστά από το Παλάτι του Καραβανιού, όπου βρίσκεται η πιο ισχυρή σχολή Μαθηματικών στην Πίζα! Τα μαθηματικά σας θα ανταποκρίνονται στο κύρος του σχολείου;



Το Παλάτι του Καραβάνι στέκεται ως ένα από τα οικοδομήματα στην Piazza dei Cavalieri στην Πίζα. Αρχικά χρησίμευε ως έδρα για το Τάγμα των Ιπποτών του Αγίου Στεφάνου, λειτούργησε ως η κύρια έδρα του Scuola Normale Superiore στην Πίζα από το 1846. Η ίδρυση του Scuola Normale χρονολογείται από το διάταγμα του Ναπολέοντα στις 18 Οκτωβρίου 1810, το οποίο αφορούσε «δημόσια εκπαιδευτικά ιδρύματα» στην Τοσκάνη. Αυτό το διάταγμα καθιέρωσε το ίδρυμα στην Πίζα ως «ακαδημαϊκό οικοτροφείο» για φοιτητές πανεπιστημίου.

Αξιοσημείωτα επιτεύγματα στον τομέα των μαθηματικών έχουν ανθίσει στο Scuola Normale, όπως αποδεικνύεται από πρόσφατες αναγνώρισεις όπως το μετάλλιο Fields που απονεμήθηκε στον Alessio Figalli για τη συμβολή του στον βέλτιστο τομέα των μεταφορών.

Μπαίνοντας στο σχολείο, ένας δάσκαλος σε προκαλεί αμέσως.



Τώρα, αντί για ένα βέλτιστο πρόβλημα μεταφοράς, πρέπει να λύσετε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης σχετικά με τη μεταφορά!

Θα μπορέσετε να λύσετε το πρόβλημα και να αποκτήσετε τους ρούνους;

Μια αεροπορική εταιρεία, σε πτήση με n επιβάτες, επιβαρύνεται με κόστος καυσίμων πτήσης $40.000 + n^2$ ευρώ και ορίζει την τιμή εισιτηρίου ανά επιβάτη σε $400 + 6000/n$ ευρώ. Ποιος είναι ο βέλτιστος αριθμός επιβατών που πρέπει να έχει για να μεγιστοποιήσει το κέρδος;



Όταν γράφεις σωστά τη συνάρτηση κόστους, σχηματίζει μια παραβολή, άρα το μέγιστο είναι ένα συγκεκριμένο σημείο πάνω της... η κορυφή! Όταν γράφεις σωστά τη συνάρτηση κόστους, σχηματίζει μια παραβολή, άρα το μέγιστο είναι ένα συγκεκριμένο σημείο πάνω της... η κορυφή!

Βήμα 6: Κύπελλος ρολογιού

Κατά τη διαμονή σας στην Piazza dei Cavalieri, παρατηρείτε ένα περίεργο κτίριο, εμποτισμένο με απόκρυφες μαθηματικές ενέργειες.



Το παλάτι του ρολογιού στην Piazza dei Cavalieri στέκεται ως μια αρχαία μεσαιωνική κατασκευή που χρησίμευε ως κατοικία για τον Καπετάνιο του Λαού, που χρονολογείται τουλάχιστον από το 1357. Αρχικά ανήκε στην οικογένεια Gualandi. Η κατασκευή του παλατιού περιλάμβανε επίσης τον διάσημο πύργο La Muda ή τον «Πύργο της Πείνας». Αυτός ο πύργος απέκτησε ιστορική σημασία όταν, το 1289, ο Κόμης Ugolino Della Gherardesca βρήκε τον θάνατο μαζί με τα παιδιά και τα εγγόνια του εντός των ορίων του.



Ο κόμης Ουγκολίνο έγινε εξέχουσα προσωπικότητα στη Θεία Κωμωδία του Δάντη, συγκεκριμένα στο Canto XXXIII. Σε αυτή την ενότητα, ο Δάντης κατηγορεί τους προδότες της πατρίδας και ο κόμης Ουγκολίνο αναλαμβάνει κεντρικό ρόλο στην αφήγηση.



Ένα αρχαίο μήνυμα έχει κωδικοποιηθεί χρησιμοποιώντας ένα πολυαλφαβητικό cypher τύπου Vigenère, και ως κλειδί, χρησιμοποιεί τους στίχους από το XXXIII κάντο της Θείας Κωμωδίας που αναφέρονται στον Κόμη Ugolino.

Πρέπει να ξέρετε ότι ήμουν ο κόμης Ugolino, και αυτός είναι ο Αρχιεπίσκοπος Ruggieri: τώρα θα σας πω γιατί είμαι τόσο κοντά του.

Φαίνεται ότι η αποκρυπτογράφηση αυτού του μηνύματος θα μπορούσε να αποκαλύψει πολύτιμους απόκρυφους ρούνους.

Το μήνυμα με λατινικούς χαρακτήρες που βρέθηκε είναι: 'UKUP KBEA GNGMZ CGJGZT'. Τι σημαίνει άραγε;



Εφόσον πρόκειται για κρυπτογράφηση Vigenère, πρέπει να συσχετίσετε με κάθε γράμμα έναν αριθμό ακολουθώντας την αλφαβητική σειρά, ξεκινώντας από A → 0. Άρα A → 0, B → 1, ..., Z → 25 και, στη συνέχεια, κάντε το άθροισμα μεταξύ των αντίστοιχων γραμμάτων του μηνύματος και του κλειδιού. Για παράδειγμα, για να υπολογίσετε το πρώτο γράμμα, επιλέγετε το πρώτο γράμμα του μηνύματος που είναι U, το πρώτο από το κλειδί που είναι T, και κάνετε το άθροισμα U+T=20+19=39. Αφού είναι μεγαλύτερο από το 25, πρέπει να αφαιρέσετε το 26, οπότε το πρώτο γράμμα είναι 39-26=13=N.



Τελευταία μπορείτε να πάτε στην εκκλησία του S. Antonio

Βήμα 7: Μαγεία χρωμάτων

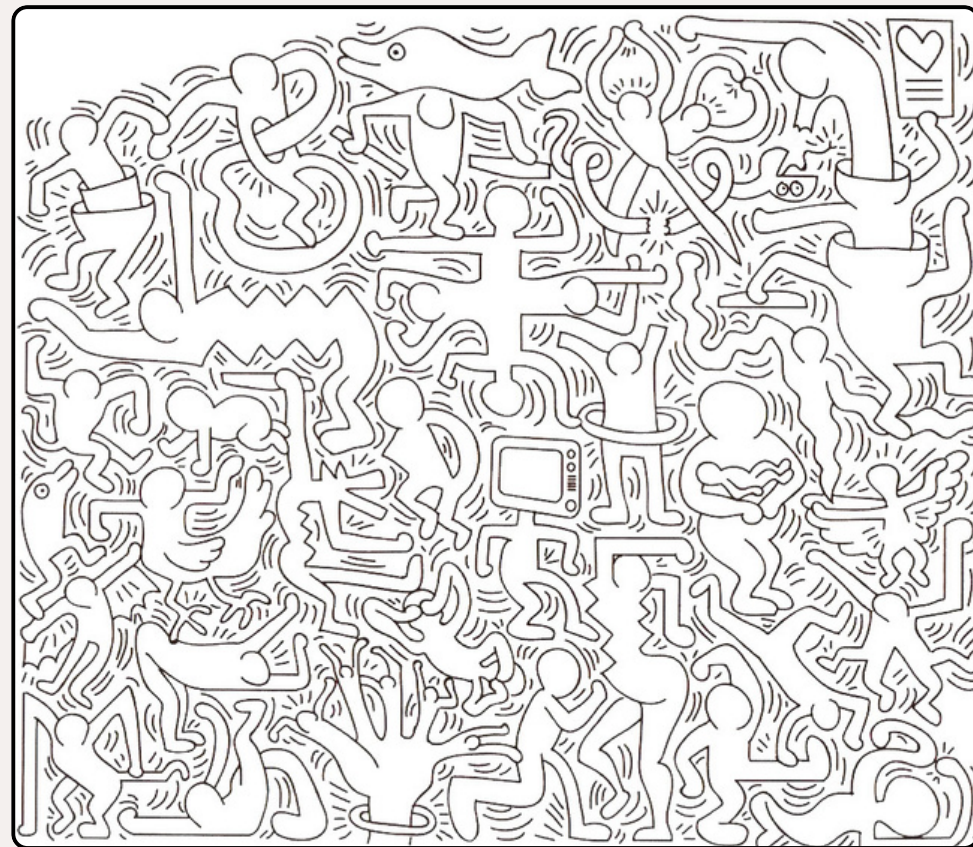
Στην εκκλησία του S. Antonio, συνειδητοποιείς ότι οι τελευταίοι ρούνοι προστατεύονται από μια ισχυρή γοητεία της χρωματικής μαθηματικής. Για να σπάσετε τον χρωματικό δεσμό που δημιουργήθηκε από την τοιχογραφία του Keith Haring, πρέπει να χρησιμοποιήσετε λιγότερα χρώματα από εκείνον!



Μια χαρακτηριστική τοιχογραφία κοσμεί τον πίσω τοίχο της μονής που ανήκει στους μοναχούς «Servi di Maria» στην εκκλησία του S. Antonio. Το 1989, ο Keith Haring απθανάτισε την τέχνη του στην Πίζα δημιουργώντας την τοιχογραφία με τίτλο «Tuttomondo», αφήνοντας ένα διαρκές αποτύπωμα στο αστικό τοπίο.



Παρακάτω είναι η τοιχογραφία Tuttomondo χωρίς χρώματα.



Προσπαθήστε να χρωματίσετε την τοιχογραφία του Keith Haring με τον λιγότερο δυνατό αριθμό χρωμάτων, έτσι ώστε καμία περιοχή ενός χρώματος να μην αγγίζει μια άλλη του ίδιου χρώματος.



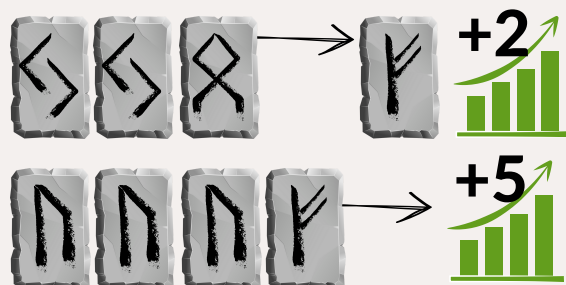
Θυμηθείτε ότι το θεώρημα των τεσσάρων χρωμάτων δηλώνει ότι είναι πάντα δυνατό να γίνει αυτό μόνο με τέσσερα χρώματα.

Βήμα 8: Rune Combo

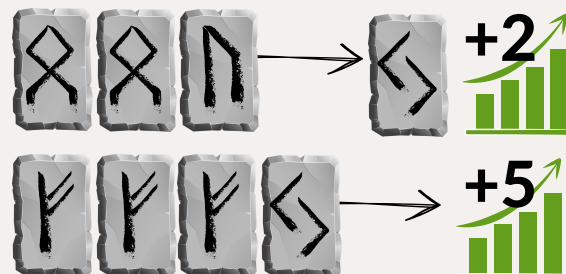
Τώρα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τους ρούνους που αποκτήθηκαν στην Πίζα για να αντιμετωπίσετε τις προκλήσεις που θέτουν οι Μεγάλοι Μαθηματικοί. Επιλέξτε μια πρόκληση, αφαιρέστε τον αριθμό των ρούνων που σας ζητά και λάβετε την ανταμοιβή! Μπορείτε να αντιμετωπίσετε προκλήσεις εφόσον έχετε ακόμα ρούνους. Τι επίπεδο 📈 μαγείας έχετε επιτύχει;



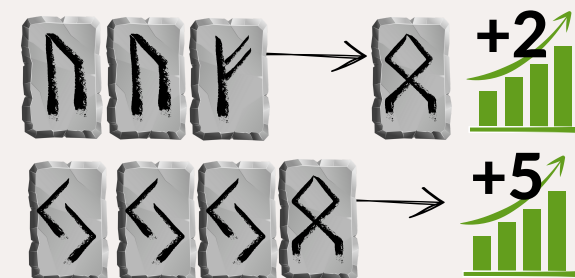
Διόφαντος



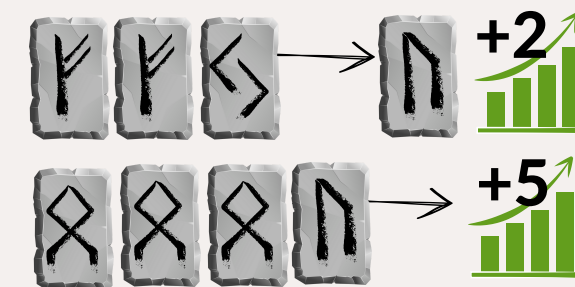
Πυθαγόρας



Αρχιμήδης



Θαλής



Ευκλείδης

